

VICTÓRIA BERGAMO BENEDITO CHUKWURAH

**CRESCIMENTO TRANSIENTE DE ENERGIA DE PERTURBAÇÕES
NA CONDIÇÃO DE ENTRADA EM ESCOAMENTOS INTERNOS**

**Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do diploma de Engenharia de Petróleo.**

SANTOS

2021

VICTÓRIA BERGAMO BENEDITO CHUKWURAH

**CRESCIMENTO TRANSIENTE DE ENERGIA DE PERTURBAÇÕES
NA CONDIÇÃO DE ENTRADA EM ESCOAMENTOS INTERNOS**

**Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do diploma de Engenharia de Petróleo.**

**Área de concentração: Mecânica dos
Fluidos**

Orientador: Rafael dos Santos Gioria

SANTOS

2021

FICHA CATALOGRÁFICA

Chukwurah, Victória

Crescimento Transiente de Energia de Perturbações na Condição de Entrada em Escoamentos Internos / V. Chukwurah -- São Paulo, 2021.
45 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo.

1.Ejetores 2. Crescimento Energético 3. Escoamento I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo II.t.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, Vanessa Bergamo, e meus avós, Izide e José Carlos, por nunca deixarem que eu desistisse dos meus sonhos e por serem a grande motivação de todas as minhas conquistas.

Aos meus amigos de São Paulo, que cresceram comigo e me acompanharam em todas as fases. Também agradecendo aos meus colegas e amigos de Santos, os quais me mostraram uma nova perspectiva de mundo, me apoiando em todos os momentos, até nas fases mais difíceis.

Ao meu namorado Fabricio que esteve do meu lado em todo o desenvolvimento do projeto me dando apoio e sempre me fazendo sorrir até nos momentos mais difíceis.

Ao Professor Doutor Rafael Gioria, o qual me orientou desde a iniciação científica até este trabalho de conclusão de curso, dividindo ensinamentos e conselhos.

A todos os professores e professoras, funcionários e funcionárias da Poli-Santos, os quais me acompanharam e auxiliaram pelos 5 anos de mais aprendizado que vivi.

RESUMO

Fazendo o uso dos conceitos e aplicabilidade da modelagem computacional de dinâmica de fluidos e, fundamentando as análises e premissas nas três leis básicas da mecânica dos fluidos: conservação de massa, primeira lei da termodinâmica e segunda lei de Newton, o presente estudo demonstra uma metodologia que determina hipóteses em relação ao crescimento energético de perturbações em um escoamento interno de um ejedor. Tal metodologia é baseada comparação entre o campo base do ejedor e o campo base de um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau, o qual é utilizado como base do estudo de avaliação e análise das variações transitórias de medidas como velocidade do escoamento, a partir da introdução de perturbações senoidais de pulso rápido na condição de contorno da entrada.

Palavras-chave: Ejedor, Crescimento energético, Escoamento.

ABSTRACT

Using the concepts and applicability of computational fluid dynamics modeling, and taking as a basis the three fundamental laws of fluid mechanics: conservation of mass, the first thermodynamic law, and Newton's second law, this study demonstrates a methodology for hypothesizing the energetic growth of disturbances in an internal flow of an ejector. This methodology is based on a comparison between the base field of the ejector and the base field of a two-dimensional flow with geometric expansion of the step type, which serves as a basis for studying the evaluation and analysis of transient variations in measured values such as flow velocity resulting from the introduction of fast pulse sinusoidal perturbations in the input boundary condition.

Keywords: Ejector, Energy Gain, Flow.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema de componentes e geometria de um ejedor.....	9
Figura 2 - Demonstração do perfil de escoamento do corante no experimento de Reynolds.	13
Figura 3 - Demonstração da evolução de perturbações em um escoamento linearmente estável.	14
Figura 4 - Demonstração da evolução de perturbações em escoamentos com instabilidade absoluta (a), instabilidade convectiva (b) e, escoamentos com geometria complexa onde há regiões de instabilidade convectiva local cercada por região de fluxo estável (c).	14
Figura 5 - Esquema da decomposição de valores singulares de uma matriz $An \times d$	18
Figura 6 - Exemplo de domínio com geometria de expansão do tipo degrau que será modelado.	20
Figura 7 - Esquema representativo de um ejedor e seus parâmetros.....	24
Figura 8 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base para.....	27
Figura 9 - Representação das zonas de recirculação e pontos de separação.	27
Figura 10 - Resultados da distribuição da vorticidade pelo domínio	28
Figura 11 - Relação entre pontos de estagnação encontrados de acordo com	29
Figura 12 - Localização dos pontos de estagnação em função do número de Reynolds	30
Figura 13 - Evolução temporal da energia cinética na condição de	31
Figura 14 - Perfil de Velocidades para Reynolds 100 e instantes (3s, 25s, 62s)	32
Figura 15 - Perfil de Velocidades para Reynolds 200 e instantes (3s, 25s, 62s)	33

Figura 16 - Perfil de Velocidades para Reynolds 300 e instantes (3s, 25s, 62s)	33
Figura 17 - Perfil de Velocidades para Reynolds 400 e instantes (3s, 25s, 62s)	33
Figura 18 - Perfil de Velocidades para Reynolds 500 e instantes (3s, 25s, 62s)	33
Figura 19 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 100).....	34
Figura 20 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 200).....	35
Figura 21 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 300).....	35
Figura 22 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 400).....	35
Figura 23 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 500).....	36
Figura 24 - Campos de magnitude de vorticidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 100).....	36
Figura 25 - Campos de magnitude de vorticidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 500).....	36

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	Objetivo	10
1.2	Justificativa	11
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	12
2.1	Ejetores	12
2.2	Regimes de Escoamento	12
2.3	Estabilidade de Escoamentos	13
2.4	Equações Governantes do Escoamento	15
2.5	Estabilidade Linear e Crescimento Energético Transiente	16
2.6	Decomposição de Valores Singulares (SVD)	17
2.7	Método dos Elementos Finitos	19
3	METODOLOGIA	20
3.1	Validação de Metodologia – Simulação do Degrau	21
3.1.1	Definição do Escoamento Base	21
3.1.2	Definição das Perturbações	22
3.1.3	Definição da Combinação Ótima de Perturbações	23
3.2	Modelagem do Ejetor por Simetria	24
3.2.1	Definição do Escoamento Base	24
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
4.1	Validação da Metodologia – Simulação do Degrau	26
4.1.1	Análise e Validação do Escoamento Base	26
4.1.2	Análise da Variação Energética devido Perturbações	30
4.1.3	Resultados Obtidos pela Combinação de Perturbações	32
4.2	Simulação do Campo Base do Ejetor	34

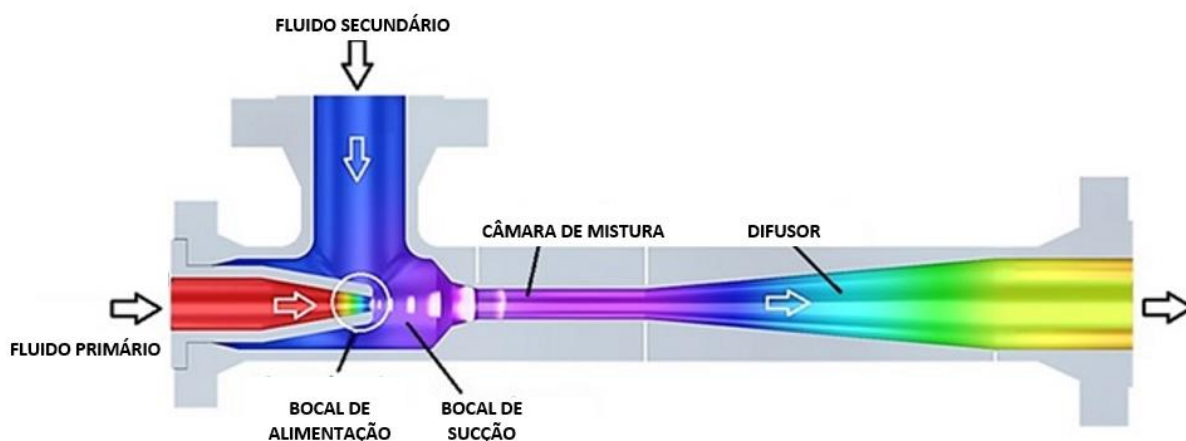
5	CONCLUSÕES	38
5.1	Contribuições do Trabalho.....	39
5.2	Trabalhos Futuros.....	39
	REFERÊNCIAS.....	40

1 INTRODUÇÃO

Baseada no comportamento de fluidos em diversos tipos de sistemas, a modelagem computacional da dinâmica de fluidos possui grande importância em setores industriais. Assim como afirmado por VAN LEER; POWELL (2010), há uma demanda por métodos de medição e maneiras de estabelecer, previamente às aplicações, uma confiabilidade de soluções e metodologias computacionais para as modelagens, principalmente para escoamentos com geometria complexa, como por exemplo um ejetor.

Os ejetores (Figura 1), equipamentos para fluxo de fluidos com geometria de expansão, possuem diversas áreas de aplicação devido a possível implementação para mecanismos como sucção e mistura de fluidos, como em reatores químicos, dosadores, entre outros.

Figura 1 - Esquema de componentes e geometria de um ejetor



Fonte: Adaptado de EVANS (c2021)

De acordo com HUSAIN et al. (2016), o funcionamento dos ejetores se baseia no princípio do efeito de Venturi, sendo que com injeção de um fluido primário tem-se como consequência um jato de alta velocidade fazendo com que uma zona de sucção seja criada, formando um gradiente de pressão no bocal de sucção, e com isso, a sucção de um fluido secundário. Posteriormente, na câmara de mistura ocorre a mistura dos dois fluidos, havendo transferência de energia e momento, e assim esta mistura segue para o difusor, local onde ocorre expansão do fluxo.

No entanto, embora possua uma ampla aplicabilidade em diversos segmentos da indústria, a modelagem matemática do escoamento interno do ejetor não é considerada trivial, necessitando a definição das equações de conservação de massa, energia e momento, o uso de equações de estado, além da definição de algumas premissas e hipóteses devidamente implementadas à simulação. Além disso, bem como comentado em HUSAIN et al. (2016), os ejetores não são equipamentos com altas performances de eficiência, possuindo valores entre 26% e 33%. A limitação no desempenho dos ejetores pode ocorrer por diversos motivos, como por exemplo a mistura inadequada de fluidos primários e secundários e também, devido fenômenos de transferência de energia e quantidade de movimento.

Portanto, com a intenção de contribuir no desenvolvimento de análises e modelagem dos ejetores, no atual estudo será evidenciada uma metodologia baseada na comparação entre o escoamento base do ejetor e o escoamento base de um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau, o qual permite uma validação da metodologia de modelagem e análise, além de auxiliar no desenvolvimento de hipóteses acerca do crescimento energético das perturbações que ocorre nos ejetores.

1.1 Objetivo

Considerando o escoamento interno laminar de um fluido incompressível com geometria de bombeamento, do tipo ejetor, o atual estudo objetiva estimar características energéticas de perturbações do fluxo interno deste escoamento. Com a determinação das perturbações ótimas que evoluem durante o fluxo de um escoamento de expansão do tipo degrau, provocando a alteração do regime do escoamento e gerando o maior crescimento energético transiente; e posteriormente, utilizando o espelhamento simétrico em torno do eixo horizontal do domínio espacial deste escoamento; será expressa uma possível correlação entre estes escoamentos – o do degrau e do ejetor – em busca de estimar e elaborar hipóteses a respeito do mecanismo de evolução energética de perturbações do fluxo interno dos ejetores.

1.2 Justificativa

Caracterizados por geralmente não desempenhar grandes eficiências em seu funcionamento, os ejetores são objetos de estudo devido a grande diferença de momento entre os fluxos de fluido primário e secundário, o que faz com que haja uma perda de energia cinética inevitável no interior do ejetor (PARK; LIM; YOON, 2008). Portanto, ao estudar e evidenciar o mecanismo e características de escoamento de ejetores que tornam possível o maior crescimento energético transiente gerado por uma combinação ótima perturbações introduzidas na condição de contorno, é obtida uma hipótese acerca de uma modelagem de ejetores que possua uma mistura mais efetiva dos fluidos introduzidos.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Ejetores

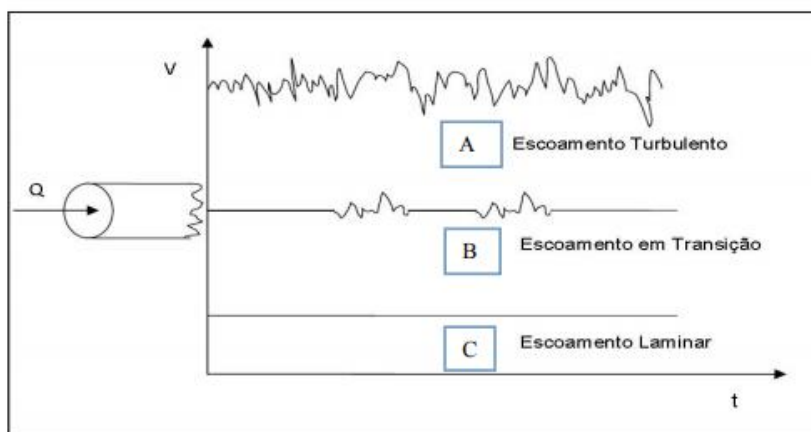
As bombas à jato, ou ejetores, possuem diversas utilidades no setor industrial, no entanto, ARBEL et al. (2003) comentam que o princípio de funcionamento dos ejetores é geralmente o mesmo: o fluido primário injetado em alta pressão torna possível a sucção de um fluido secundário devido um gradiente de pressão no bocal de sucção; com isso, o fluido primário transfere parte de sua energia cinética ao fluido secundário, havendo a mistura dos fluidos; e, por fim, a mistura é ejetada após uma passar pela parte do difusor.

Mais especificamente, na indústria de petróleo e gás, diversos estudos e aplicações de ejetores, ou bombas a jato, são realizados. Assim como explicado por SAMAD; NIZAMUDDIN (2013), os ejetores são utilizados para elevação artificial, quando a profundidade e o desvio dos poços de produção aumentam e há depleção da pressão. Em CHAGAS et al. (2016) é estudado o seu uso visando a descompressão do revestimento em poços maduros; já em DUARTE et al. (2018), o estudo sobre ejetor se deu com foco na aspiração de gases aprisionados no tubo anular, visando a manutenção da vazão do poço em questão.

2.2 Regimes de Escoamento

Um experimento realizado em 1883 por Osborne Reynolds analisava o comportamento da listra de um corante introduzido em um escoamento de um fluido transparente, tendo como variável a vazão deste fluido base, e assim, foi observado que em maiores valores de vazão, maior a mistura do corante nesse fluido (Figura 2). Com isso, foi definida a categorização do regime de escoamentos, os quais podem ser do tipo laminar quando não há mistura significativa entre partículas vizinhas do fluido durante o escoamento; turbulento, o qual ocorre quando os movimentos do fluido variam irregularmente e o corante em questão perde sua identidade devido a difusão; e, o regime de escoamento em transição, marcado pela transição do escoamento de laminar para turbulento (POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2015).

Figura 2 - Demonstração do perfil de escoamento do corante no experimento de Reynolds.



Fonte: SILVA et al. (2017)

Reynolds definiu um parâmetro adimensional (Equação 1) que pode ser utilizado como ferramenta para prever o regime do escoamento, consolidado pela combinação de três parâmetros físicos: espessura da camada limite (L), velocidade de escala (V) e a viscosidade cinemática (ν). Sendo que, para cada tipo de geometria de escoamento tem-se um número de Reynolds crítico, o qual determina que se $Re < Re_{critico}$, o escoamento permanece laminar.

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \text{Equação 1}$$

Normalmente a transição para a turbulência se inicia com uma instabilidade do estado laminar, podendo ser provocada por perturbações. Caso essas oscilações sejam crescentes, podem ser seguidas por uma alteração do regime para a turbulência ou, podem ser um gatilho para o início da transição do regime rumo à turbulência (KRISHNAN; DESHPANDE; KUMAR, 2010).

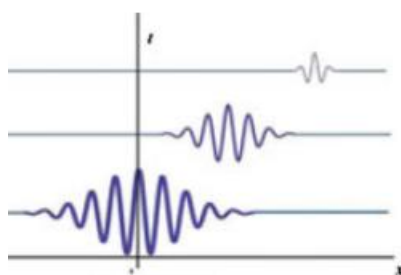
2.3 Estabilidade de Escoamentos

Assim como comentado em BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007), dois questionamentos devem ser realizados sobre as perturbações em escoamentos: há a possibilidade do crescimento ocorrer infinitamente? E, dado um fluxo base linearmente estável, existem soluções para a equação que governa o escoamento com perturbações

– modelada a partir da linearização das equações de Navier- Stokes – que exibem grande crescimento transiente antes de decaírem?

Tem-se que em um escoamento estável geralmente as oscilações continuam sempre com a mesma amplitude e, normalmente, decaem com um tempo por serem amortecidas por efeitos viscosos (KRISHNAN; DESHPANDE; KUMAR, 2010), assim como apresentado na Figura 3.

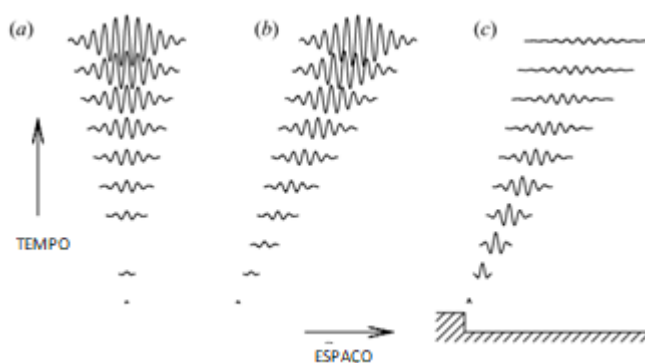
Figura 3 - Demonstração da evolução de perturbações em um escoamento linearmente estável.



Fonte: KRISHNAN; DESHPANDE; KUMAR (2010)

Já quando as oscilações aumentam em amplitude perante o domínio do escoamento, seja o temporal, espacial ou ambos, o fluxo apresenta uma instabilidade (Figura 4). Tem-se que quando uma perturbação cresce apenas no domínio temporal, permanecendo fixa em relação ao espacial, a instabilidade é absoluta; caso a perturbação aumenta em magnitude perante o escoamento, se propagando à medida que cresce podendo decair a qualquer ponto do domínio, tem-se uma instabilidade convectiva (BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN, 2008).

Figura 4 - Demonstração da evolução de perturbações em escoamentos com instabilidade absoluta (a), instabilidade convectiva (b) e, escoamentos com geometria complexa onde há regiões de instabilidade convectiva local cercada por região de fluxo estável (c).



Fonte: Adaptado de BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN (2008)

Portanto, esse segundo questionamento acerca de perturbações que geram grande crescimento transiente antes de decrescerem é o que baseia o atual estudo. Levando em consideração que BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007) também afirmam que caso a resposta for afirmativa, o fluxo é linearmente estável com a possibilidade de ter instabilidade convectiva, linear ou ambas.

2.4 Equações Governantes do Escoamento

Na área de mecânica dos fluidos, algumas quantidades de principal interesse de estudo são definidas por três leis básicas: conservação de massa, a segunda lei de Newton e a primeira lei de termodinâmica (POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2015).

Assim como em ANDERSON (1992), o desenvolvimento das equações governantes do escoamento base será estudado com o seguinte conceito de três fases: descrever um princípio físico; aplicá-lo em um modelo apropriado; obter uma equação que represente este princípio físico.

Com o estudo do modelo de movimento do fluido partindo da definição da massa infinitesimal com base na massa específica (ρ) e volume de controle \mathcal{V} (Equação 2) e, tendo como princípio de que a massa é conservada, tem-se que a derivada da massa do fluido é nula (Equação 3). Com isso, é possível combinar essas duas equações chegando na Equação 4, a qual representa a equação diferencial da continuidade do fluido, sendo \vec{U} o vetor velocidade (ANDERSON, 1992):

$$\partial m = \rho \partial \mathcal{V} \quad \text{Equação 2}$$

$$\frac{D(\partial m)}{Dt} = 0 \quad \text{Equação 3}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{Equação 4}$$

Adicionando a hipótese de que neste estudo será feita a modelagem do escoamento de um fluido incompressível, ou seja, a massa específica de cada partícula do fluido é constante (Equação 5), a equação da continuidade demonstra que neste caso, o divergente do vetor velocidade é zero (POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2015):

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \quad \text{Equação 5}$$

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{Equação 6}$$

Também definindo o fluido em estudo como newtoniano, que possui uma relação de proporcionalidade entre a taxa de cisalhamento e o produto da taxa de deformação com a constante de viscosidade; isotrópico, cujas propriedades em uma determinada posição independem da direção; e, homogêneo, tendo suas propriedades independentes da posição. É aplicada a segunda lei de Newton para tal fluido, é possível obter as equações diferenciais que descrevem o movimento deste fluido, conhecidas como equações de Navier-Stokes (MUNSON et al., 2009):

$$\rho \frac{D\mathbf{U}}{Dt} = -\nabla p - \rho(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U} + \mu \nabla^2 \mathbf{U} + \rho \mathbf{g} \quad \text{Equação 7}$$

Sendo que p representa a pressão estática; g a gravidade; e, μ a viscosidade dinâmica do fluido.

2.5 Estabilidade Linear e Crescimento Energético Transiente

É necessário compreender as ocasiões em que o escoamento base é linearmente estável, mas, com a presença de regiões de instabilidade convectiva local, as perturbações apresentam um desenvolvimento transiente (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007). Portanto, definindo as perturbações como pulsos rápidos de formas senoidais e sendo elas ortogonais entre si, as perturbações serão incompressíveis assim como o escoamento base.

Utilizando o conceito físico de energia cinética (Equação 8a) e considerando a evolução transiente das perturbações no domínio espacial Ω , é determinada uma norma \mathbb{L}_2 da energia cinética total, pela unidade mássica da perturbação (E), associada a um produto interno (Equação 8b), afim de quantificar o tamanho das perturbações (ABDESSEMED et al., 2009).

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad \text{Equação 8a}$$

$$2E(\mathbf{U}') = (\mathbf{U}', \mathbf{U}') \equiv \int_{\Omega} \mathbf{U}' \cdot \mathbf{U}' dV \quad \text{Equação 8b}$$

Sendo \mathbf{U}' a evolução infinitesimal das perturbações e $\mathcal{A}(t)$ um operador de evolução linear que desenvolve as perturbações no espaço temporal (Equação 9) definido pelas equações de Navier-Stokes (Equação 7), teremos os resultados sobre a estabilidade linear do escoamento base (ABDESSEMED et al., 2009) em relação aos domínios espaciais e temporais do escoamento.

$$\mathbf{U}'(x, t) = \mathcal{A}(t) \cdot \mathbf{U}'(x, 0) \quad \text{Equação 9}$$

Sendo que o crescimento transiente gerado pelas perturbações em um tempo τ é normalizado em relação à energia inicial do escoamento base:

$$\frac{E(\tau)}{E(0)} = (\mathbf{U}'(\tau), \mathbf{U}'(\tau)) \quad \text{Equação 10}$$

É possível compreender tal dinâmica de estabilidade e crescimento transiente a partir do cálculo dos autovalores e auto vetores singulares de \mathcal{A} . Para isso, é definida a perturbação normalizada temporalmente j com \mathbf{U}_j evoluído pela condição inicial $\mathbf{U}'(\mathbf{0})$. Com isso, estamos em busca dos maiores valores singulares de $\mathcal{A}(\tau)$ e para isso será feita a decomposição de valores singulares de $\mathcal{A}(\tau)$, sendo v os autovetores e σ os autovalores (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007).

$$\mathcal{A}(\tau)\mathbf{V}_j = \sigma_j \mathbf{U}_j \quad \text{Equação 11a}$$

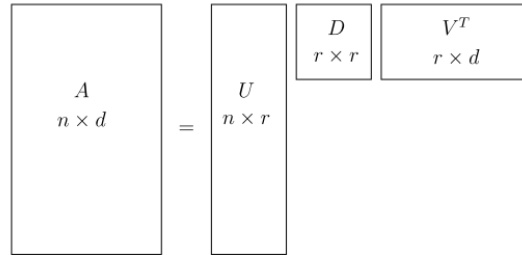
$$\sigma_j = \|\mathbf{U}'(\tau)\| \quad \text{Equação 11b}$$

2.6 Decomposição de Valores Singulares (SVD)

Como comentado no item 2.4, a metodologia de resolução empregada será com base na decomposição de valores singulares do operador evolutivo de Navier-Stokes linearizado (\mathcal{A}).

Pela definição da Decomposição de Valores Singulares dada em SKILLICORN (2007), é possível decompor uma matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times d}$ em três matrizes: $A = UDV^T$ (Figura 5). Sendo assim, temos que as colunas de $U \in \mathbb{R}^{n \times r}$ e $V \in \mathbb{R}^{r \times d}$ são ortonormais e a matriz $D \in \mathbb{R}^{r \times r}$ é diagonal com valores reais positivos.

Figura 5 - Esquema da decomposição de valores singulares de uma matriz $A_{n \times d}$.



Fonte: HOPCROFT; KANNAN (2020)

SKILLICORN (2007) explica que A possui r autovalores positivos $(\sigma_1, \dots, \sigma_r)$ correspondentes aos auto vetores. Sendo a matriz U , tendo em suas colunas os auto vetores direitos (v_1, \dots, v_r) da matriz A ; a matriz V , sendo suas linhas os auto vetores esquerdos (u_1, \dots, u_r) da matriz A ; e, define-se D uma matriz quadrada diagonal de dimensões $r \times r$, onde os elementos de diagonal são chamados de valores singulares de A . Com isso, é possível obter A a partir de:

$$A = \sum_{j=1}^r \sigma_j u_j v_j^T \quad \text{Equação 12a}$$

$$u_j = \frac{1}{\sigma_j(A)} A v_j, \text{ para } j = 1, 2, \dots, r \quad \text{Equação 12b}$$

Portanto, no decorrer do atual estudo, esta metodologia permitirá a reconstrução do perfil de velocidades do escoamento. Serão utilizados auto vetores direitos para a reconstrução deste perfil e também, serão encontradas as melhores combinações das perturbações, sendo estas as que geram maior crescimento energético do escoamento e, que são definidas a partir dos auto vetores esquerdos.

2.7 Método dos Elementos Finitos

As equações diferenciais parciais (EDPs) definem um sistema formado pelas equações que governam escoamentos de fluidos (Item 2.3), sendo elas a de continuidade, Navier-Stokes e a de energia. Em situações nas quais as equações necessitam ser linearizadas, é preciso o uso de métodos numéricos para que se encontre uma solução aproximada para o sistema (POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2015).

Possuindo códigos formados com base em algoritmos numéricos, a dinâmica dos fluidos computacional (CFD) é definida por VERSTEEG; MALALASEKERA (2007) como sendo a análise de problemas como escoamento de fluidos, transferência de calor e outros fenômenos por meio de simulações computacionais. As modelagens no CFD são realizadas com base na discretização das equações em uma grade computacional, podendo realizar aproximações de diferenças finitas, volumes finitos ou, como será aplicado neste estudo, aproximações de elementos finitos (VAN LEER; POWELL, 2010).

Aplicada para gerar soluções aproximadas de problemas de valores de contorno em modelagens até tridimensionais, será utilizado o método de elementos finitos a fim de encontrar soluções de Navier-Stokes para o escoamento em estudo. Com a solução que abrange o campo de velocidades e pressão (\mathbf{u}, p) do problema, são determinadas aproximações iniciais (u_h, p_h) em uma dimensão espacial finita apropriada para a discretização das equações que governam o escoamento (MAHMUD; RHAMAN; AZAD, 2016).

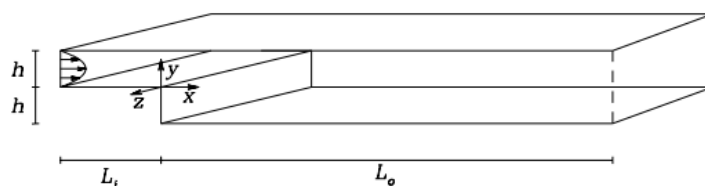
3 METODOLOGIA

Ao realizar a modelagem de um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau (Figura 6), o atual estudo visa implementar perturbações de pulso rápido e caráter turbulento no início do escoamento em questão, a fim de entender o mecanismo de amplificação destas perturbações. E, com isso, serão feitas comparações à modelagem do escoamento base do ejedor, afim de analisar o mecanismo e características de escoamento de ejtores que tornam possível o maior crescimento energético transiente gerado por uma combinação ótima perturbações introduzidas na condição de contorno, então, é obtida uma hipótese acerca de uma modelagem de ejtores que possua uma mistura mais efetiva dos fluidos introduzidos.

Para isso, utilizando primeiramente um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau (Figura 6), será realizado um estudo da malha computacional do escoamento base, assim como de parâmetros do escoamento como vorticidade e pontos de separação, em busca de validar a metodologia a partir dos resultados obtidos em BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN (2008).

Nas simulações aplicadas nesse estudo, tanto no caso do degrau como no do ejtor, o escoamento base será modelado e suas equações governantes serão com base nas equações de Navier-Stokes para fluidos newtonianos, homogêneos e incompressíveis.

Figura 6 - Exemplo de domínio com geometria de expansão do tipo degrau que será modelado.



Fonte: BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007)

Com a metodologia verificada, as perturbações, definidas em conformidade ao escoamento base, serão inseridas no escoamento do degrau e o enfoque se torna o comportamento de evolução destas perturbações e quais seus efeitos no escoamento com determinados números de Reynolds. Espera-se que, assim como em BLACKBURN;

BARKLEY; SHERWIN (2008), as perturbações gerem instabilidade, com o crescimento da energia cinética e a alteração do regime do escoamento.

A fim de analisar a evolução energética do escoamento, a combinação ótima de perturbações será quantificada a partir do cálculo dos auto vetores e autovalores da matriz de velocidades obtida pelo parâmetro de evolução de Navier-Stokes linearizado na simulação do escoamento com perturbações, assim como em (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007). Sendo assim, será possível a reestruturação do perfil de velocidades do escoamento.

Para prosseguir o estudo, será realizada a simulação do escoamento a partir da combinação de perturbações gerada pelo algoritmo para que seja feita uma análise da efetividade das combinações.

Após este estudo inicial, comprovando e formulando a metodologia, a modelagem do ejedor a ser analisado será feita com os mesmos métodos, a partir do espelhamento simétrico em torno do eixo horizontal do domínio espacial. Além disso, será proposta uma hipótese sobre a dinâmica energética do ejedor a partir da comparação entre o escoamento base do ejedor e do degrau, afim de identificar os locais de recirculação e mistura no ejedor.

3.1 Validação de Metodologia – Simulação do Degrau

3.1.1 Definição do Escoamento Base

Iniciando a modelagem, é definido um volume de controle inicial com geometria do tipo expansão do tipo degrau (Figura 6) e, assim como em BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007), são aplicadas as equações de Navier-Stokes (Equação 7) para fluidos incompressíveis com as equações governantes do movimento do fluido em um domínio Ω , utilizando também a relação do número de Reynolds (Equação 1). Sendo os campos de velocidade e pressão do escoamento base definidos respectivamente por $\mathbf{u}(x, t) = (u, v, w)(x, y, z, t)$ e $p(x, t)$:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, \text{ em } \Omega$$

Equação 13a

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \text{ em } \Omega$$

Equação 13b

3.1.2 Definição das Perturbações

Com o foco em compreender a evolução infinitesimal das perturbações \mathbf{u}' no escoamento base, as equações de Navier-Stokes serão implementadas a partir das relações $\mathbf{u} + \mathbf{u}'$ e $p + p'$, sendo p' a pressão das perturbações (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007):

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}' - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p' + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}', \text{ em } \Omega$$

Equação 14a

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \text{ em } \Omega$$

Equação 14b

A partir da Equação 14a, tem-se os termos relacionados às respostas da propagação das perturbações no escoamento base, sendo:

$\mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}$: redistribuição de energia

$\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}'$: convecção da perturbação

$\frac{1}{Re} \cdot \nabla^2 \mathbf{u}'$: dissipação de energia

As perturbações aplicadas nas modelagens deste estudo são pulsos rápidos os quais possuem caráter senoidal, definidas por:

$$scale \times \sin \left(count \cdot \pi \cdot \frac{y}{h} \right) \times (1 - \exp(-\sigma(t - \tau)^2)) \cdot \cos(\omega t)$$

Equação 15

Com:

$$scale = 1$$

$$\sigma = 1;$$

$$t = \text{variável de tempo}$$

$$y = \text{altura da entrada}$$

Sendo que a variável *count* utilizada no intervalo [0; 9] diferencia as perturbações testadas, nomeadas por *inlet*, alterando os harmônicos e aumentando a

frequência de oscilação da função, a fim de encontrar a perturbação de maior impacto, ou seja, a qual gera maior energia ao escoamento.

3.1.3 Definição da Combinação Ótima de Perturbações

A análise é baseada na interpretação das consequências geradas no escoamento com a implementação das perturbações, mais precisamente, será dado um enfoque ao maior crescimento energético gerado pelas perturbações em um intervalo de tempo.

Focando em encontrar a combinação ótima de perturbações, serão realizadas simulações de *count* perturbações por um intervalo de tempo τ e seus resultados serão armazenados em forma matricial (Equação 16). Com isso, cada coluna desta matriz representa o resultado de uma perturbação após τ , obtendo a relação a seguir:

$$\mathbf{B}[:,i](\tau) = \mathbf{u}'(\tau) \quad \text{Equação 16}$$

Para a resolução dessa matriz será feita com base em fatoração de matrizes utilizando a metodologia de Decomposição em Valores Singulares, assim como aplicado em BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007), para a resolução de problemas matriciais de autovalores. Com isso, a matriz \mathbf{B} será decomposta em um produto de outras três matrizes, chegando em:

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad \text{Equação 17}$$

Sendo as matrizes: \mathbf{U} , com cada coluna igual ao resultado da velocidade para determinada perturbação ótima; \mathbf{D} , matriz de autovalores que representam nível de energia de cada combinação ótima (ordem decrescente); e \mathbf{V} uma matriz em que as linhas representam os coeficientes da combinação linear das perturbações consideradas ótimas.

A combinação ótima das perturbações, a qual gera maior crescimento energético no escoamento base, pode ser definida ao encontrar o autovalor máximo de um problema matricial auxiliar.

3.2 Modelagem do Ejetor por Simetria

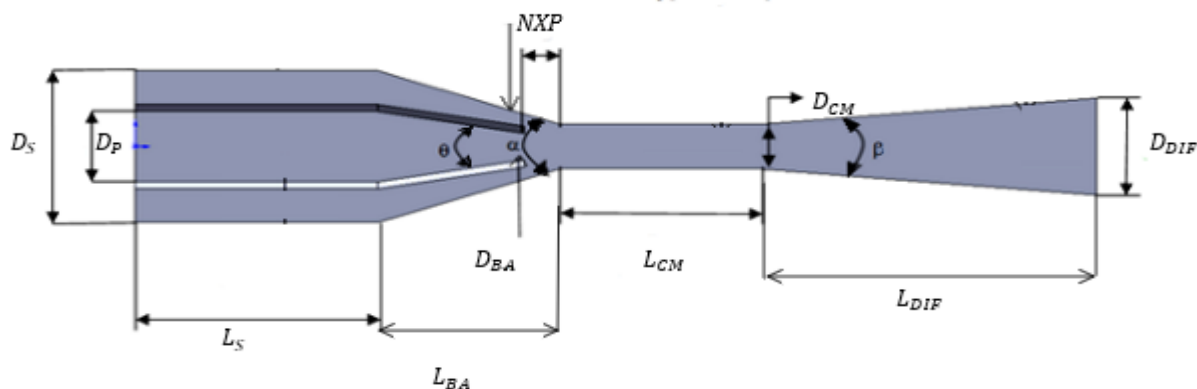
Estudos utilizando métodos bidimensionais ou tridimensionais para a modelagem de ejtores, tornam possível uma melhor otimização das dimensões do ejtor, parâmetros que influenciam na curva de eficiência do ejtor, assim como apresentado por REIS; GIORIA (2021).

Já pela modelagem do ejtor no presente estudo ser na forma unidimensional, as simulações determinam as equações de estado estacionário do escoamento e tornam possível a obtenção dos parâmetros de estado do ejtor a partir de modelagens matemáticas um pouco menos complexas. Como exemplo, temos o estudo apresentado por MARUM et al. (2021), onde uma modelagem quase-unidimensional de um ejtor tornou possível a determinação de coeficientes de perda por atrito dos componentes do ejtor, além de permitir a previsão do ponto máximo de eficiência. Sendo assim, bem como afirmam ARBEL et al. (2003), a modelagem unidimensional de bombas à jato ainda são frequentemente utilizadas por apresentarem resultados consistentes e razoavelmente precisos.

3.2.1 Definição do Escoamento Base

Visando um maior entendimento do escoamento interno base em um ejtor, assim como sua dinâmica energética, são definidos os parâmetros do ejtor à ser simulado (Tabela 1), tendo como base o esquema do ejtor apresentado na Figura 7.

Figura 7 - Esquema representativo de um ejtor e seus parâmetros



Fonte: Adaptado de (SAMAD; NIZAMUDDIN, 2013)

Tabela 1 - Definição dos parâmetros do ejedor para a simulação

D_P	2.0	Diâmetro entrada do fluido primário
D_{BA}	0.02	Diâmetro bocal de alimentação
L_{BA}	3.0	Comprimento da seção de convergência do bocal
NXP	0.0	Recuo entre a saída do bocal e a entrada da câmara de mistura
D_S	5.0	Diâmetro entrada do fluido secundário
L_S	4.0	Comprimento da seção de entrada do fluido secundário
esp	0.005	Espessura máxima das paredes do bocal
D_{CM}	1.0	Diâmetro da câmara de mistura
L_{CM}	10.0	Comprimento da câmara de mistura
D_D	2.0	Diâmetro do difusor
L_D	40.0	Comprimento do difusor

São estabelecidas as seguintes hipóteses em relação ao escoamento interno do ejedor: a parede interna do ejedor é considerada com aderência perfeita, ou seja, a velocidade do fluido é zero nesta condição de contorno; o escoamento interno do ejedor é estacionário e isotérmico; o fluido é considerado incompressível e newtoniano; e; considera-se uma tensão e pressão nulas na saída do ejedor. Com isso, temos as equações que definem o escoamento base do ejedor:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, em \Omega \quad \text{Equação 18a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, em \Omega \quad \text{Equação 18b}$$

Além disso, as condições de contorno foram definidas na modelagem de modo a considerar um perfil de velocidades parabólico para ambos os fluidos – primário e secundário.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Validação da Metodologia – Simulação do Degrau

Objetivando a avaliação da evolução energética do escoamento e suas peculiaridades em relação às assimetrias do fluxo, além de buscar a confirmação da validação da metodologia, o escoamento com geometria de degrau foi utilizado.

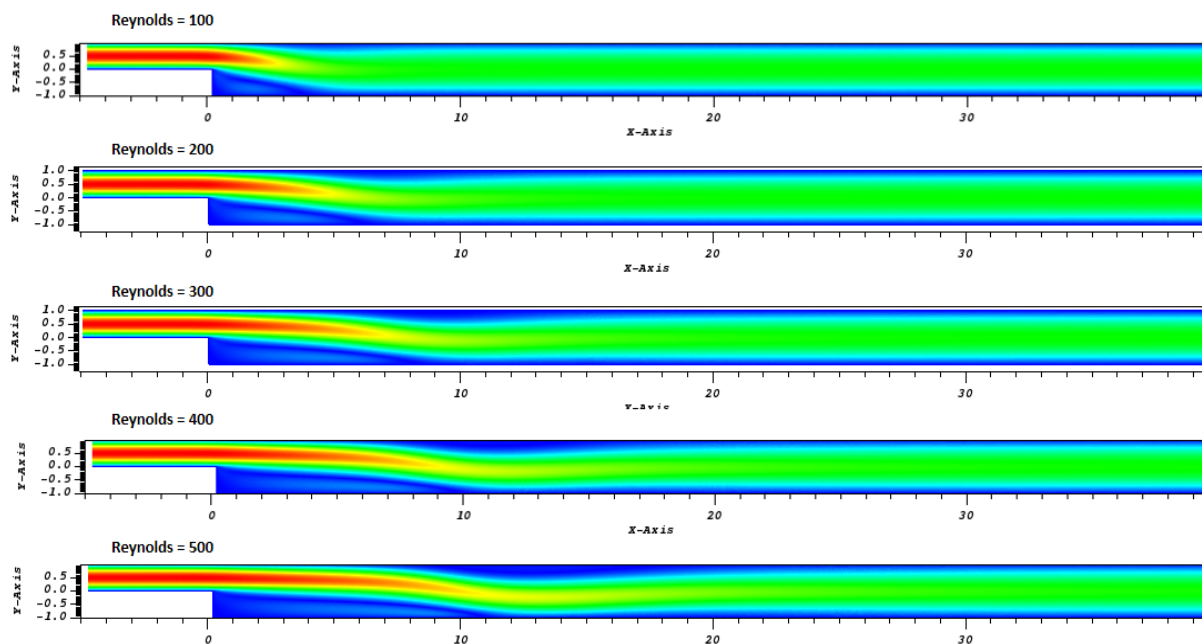
As simulações foram primeiramente apenas para o escoamento base e posteriormente, foi simulado o escoamento com as perturbações aplicadas nas condições de entrada do mesmo.

4.1.1 Análise e Validação do Escoamento Base

Para a análise do escoamento base, foram realizadas simulações no software FreeFEM++ (HECHT, 2012), utilizado para solucionar equações diferenciais parciais. Com isso, simulando o mesmo escoamento com diferentes números de Reynolds (100 a 500) foram obtidos os seguintes perfis de velocidade (Figura 8), sendo que a demonstração visual do campo de velocidades foi feita com o uso do software VisIt (CHILDS et al., 2012).

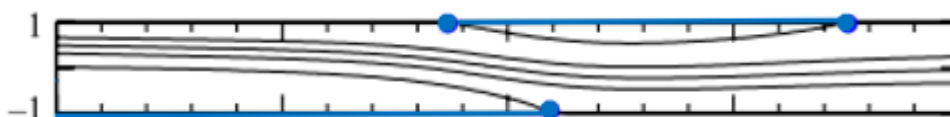
É possível observar uma influência do número de Reynolds no escoamento base pois com o aumento de seus valores, maior a região atingida por alterações de velocidades, com as zonas de recirculação cada vez mais adiante do escoamento.

Figura 8 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base para diferentes números de Reynolds.



Com base em POTTER; WIGGERT; RAMADAN (2015), estas zonas de recirculação são os locais onde houve a separação da camada limite devido um encontro de correntes. Sendo assim, esta região é de grande importância para a atual análise pois POTTER; WIGGERT; RAMADAN (2015) ainda afirmam que para um número de Reynolds suficiente, a camada limite antes laminar, pode sofrer transição para uma camada limite turbulenta logo a diante do ponto de estagnação.

Figura 9 - Representação das zonas de recirculação e pontos de separação.

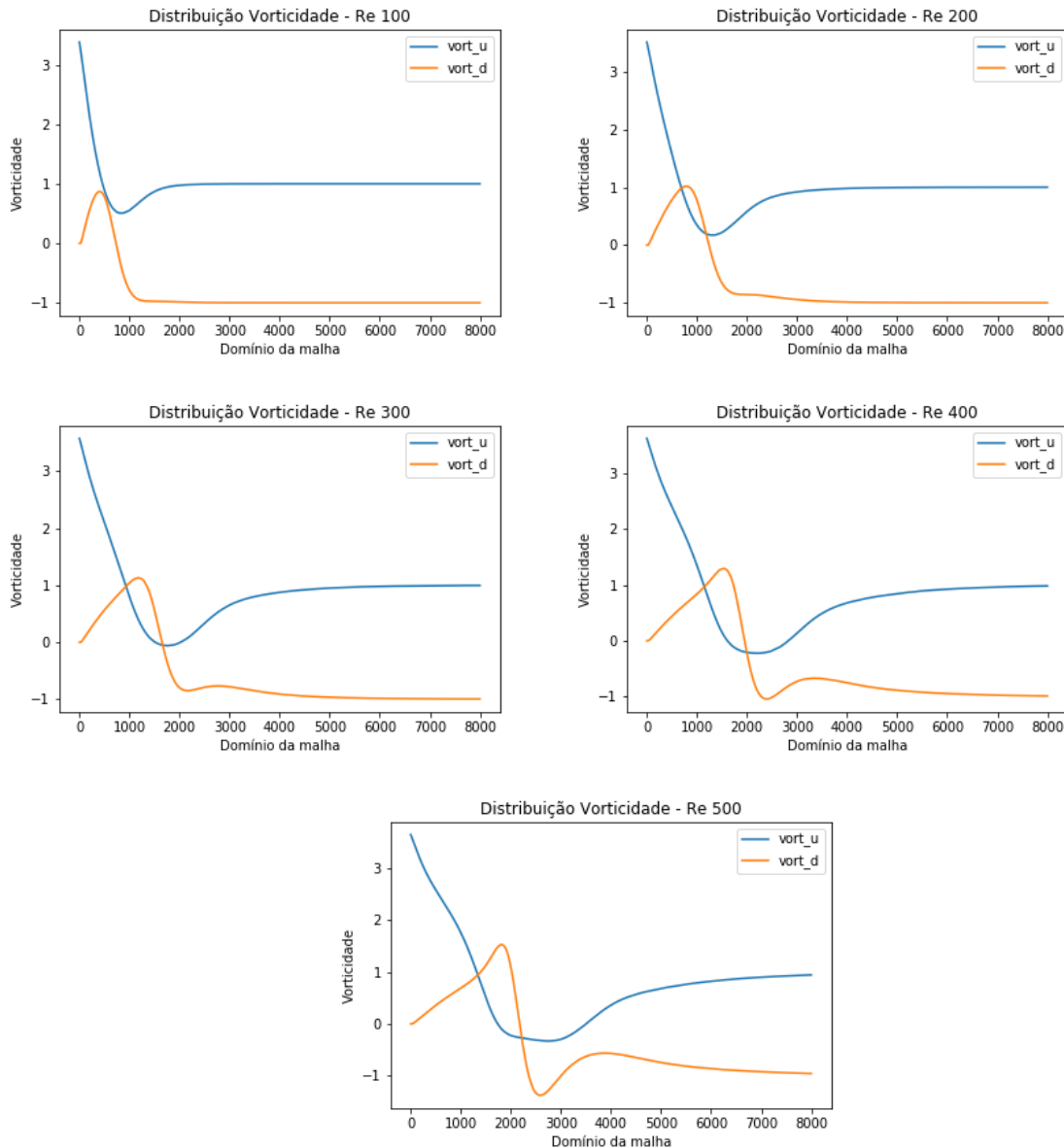


Fonte: Adaptado de (BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN, 2008)

A fim da confirmação da modelagem e metodologia empregadas no estudo até então, os valores da vorticidade obtidos em função do domínio espacial do escoamento foram utilizados a fim de encontrar os pontos de separação do escoamento, estes que determinam o limite da zona de circulação e possuem velocidade nula (Figura 9), para assim poder ser feita uma comparação com os resultados obtidos por BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN, (2008).

A vorticidade (ω) descreve as características rotacionais do fluido, definida com base no campo vetorial rotacional da velocidade, sendo que quando um determinado ponto do domínio possui rotação é nula, tem-se que a velocidade também é nula (MUNSON et al., 2009). Com isso, é feita uma relação entre a vorticidade e os pontos de separação do escoamento; sendo que os valores da vorticidade da parede superior do domínio da malha ($vort_u$) e dos vórtices da parede inferior ($vort_d$) obtidos na simulação para cada Reynolds (Figura 10) foram utilizados para encontrar os intervalos espaciais que poderiam conter estes pontos de separação.

Figura 10 - Resultados da distribuição da vorticidade pelo domínio da malha variando o número de Reynolds.

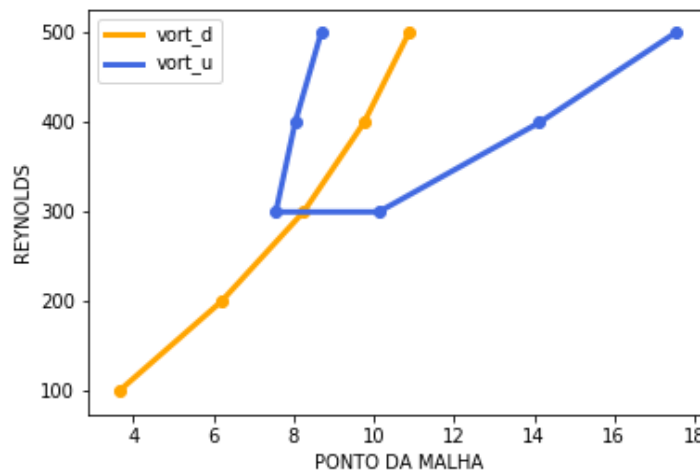


Em busca de obter os locais geométricos dos pontos de separação para cada número de Reynolds, foram feitas interpolações entre os valores obtidos da vorticidade. Com sucessivos cálculos do produto entre os valores de vórtices de pontos consecutivos a fim de encontrar os intervalos e os intervalos onde a condição $\omega(x_i) \cdot \omega(x_{i+1}) < 0$ fosse garantida, uma aproximação linear (Equação 19) utilizando os pontos e os vórtices foi realizada para encontrar os valores dos pontos de separação. Sendo $x_e \in \mathbb{R} : x_i \leq x_e \leq x_{i+1}$ o local geométrico do ponto de estagnação e $\omega_e = 0$ sua vorticidade:

$$x_e = x_i - \left(\frac{\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) (x_{i+1} - x_i) \quad \text{Equação 19}$$

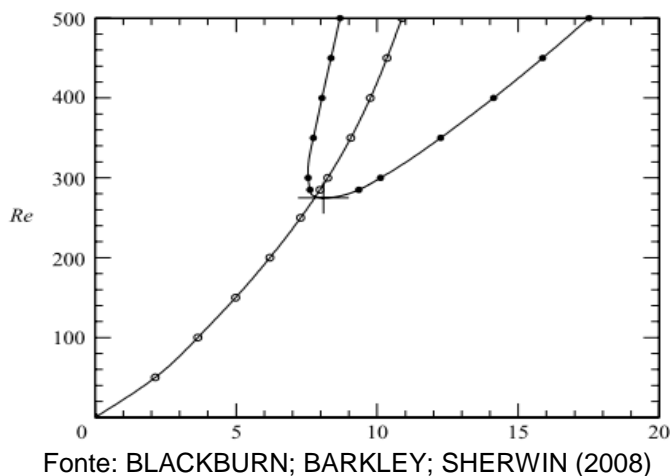
Encontrando os locais geométricos dos pontos de separação para o vórtice superior e inferior, foi desenvolvida a relação estes e os números de Reynolds utilizados em cada simulação (Figura 11).

Figura 11 - Relação entre pontos de estagnação encontrados de acordo com o número de Reynolds utilizado na simulação.



Ao comparar a relação obtida no atual estudo (Figura 11) com os valores explicitados por BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN (2008) na Figura 12, temos uma ótima confirmação acerca da assertividade do método empregado. Valida-se que com o aumento do Reynolds há a geração de um novo campo de recirculação em relação ao vórtice superior, o que está de acordo com a referência bibliográfica, a qual afirma que a partir de um $Re \cong 275$ este novo campo é realmente esperado.

Figura 12 - Localização dos pontos de estagnação em função do número de Reynolds



4.1.2 Análise da Variação Energética devido Perturbações

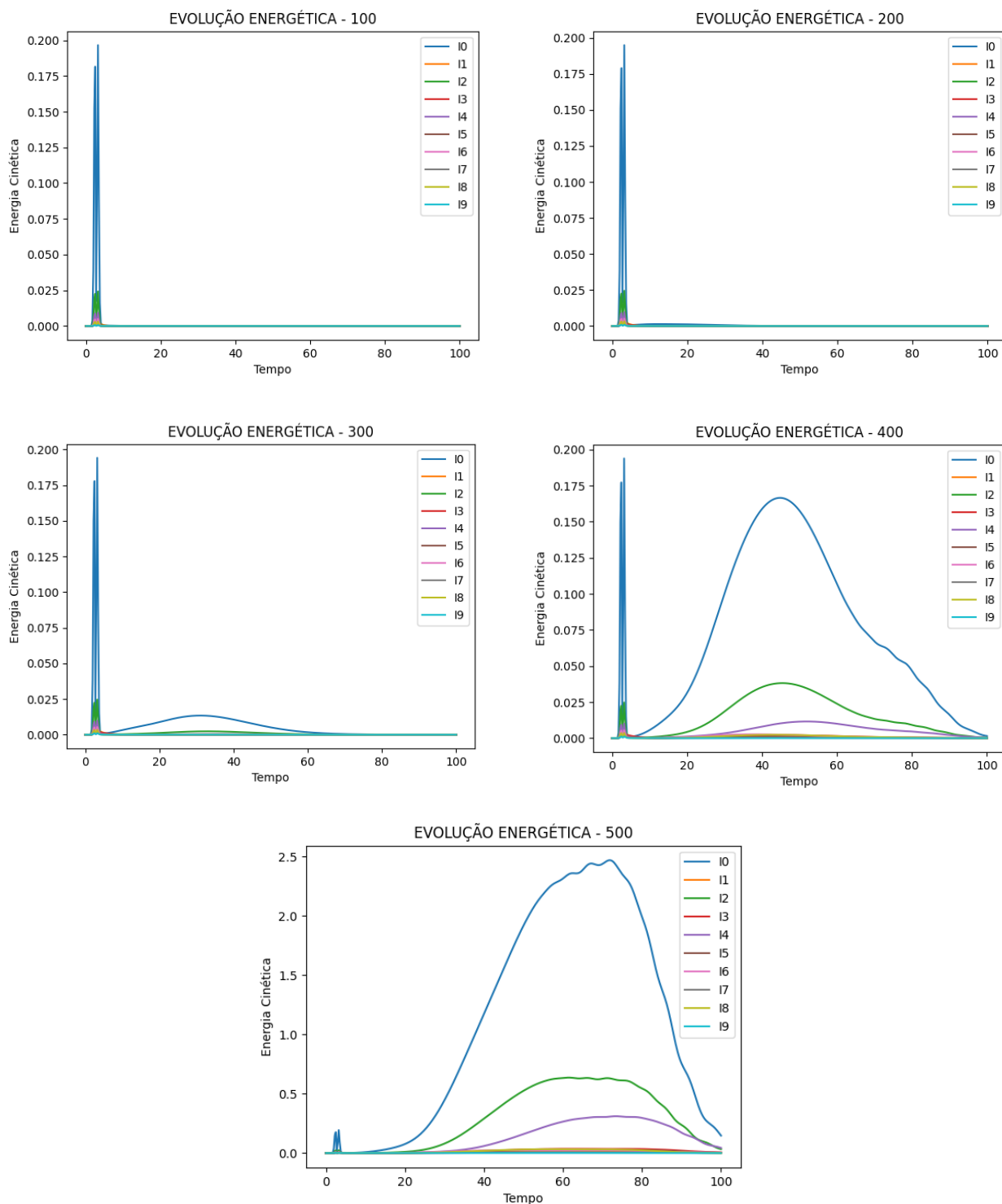
Validando as modelagens e metodologias utilizadas até o momento, o foco das análises se torna a avaliação energética do escoamento com a aplicação de perturbações de pulsos rápidos de caráter senoidal na condição de contorno da entrada do escoamento.

Com a análise da energia cinética da entrada do escoamento base modelado com um período de tempo $\tau = 100$ (Figura 13), percebe-se a existência de uma primeira região que possui picos energéticos logo no início do período (entre 2,25s e 3,5s). Essa condição se demonstra constante para todos os números de Reynolds simulados, sempre entre o mesmo período temporal e com valores muito próximos. No entanto, estes picos não apresentam condições realmente favoráveis para a amplificação das perturbações pelo escoamento.

Sendo assim, a evolução energética com possíveis condições para ativar mecanismos de transição do escoamento se apresenta a partir de um $Re = 300$, sendo que com o aumento do número de Reynolds, tem-se aumento do pico de energia cinética. Julga-se pertinente essa conclusão, principalmente pois como comentado anteriormente, verificou-se a formação de mais zonas de recirculação para $Re \geq 300$, característica que torna possível a transição para uma camada limite turbulenta logo a diante do ponto de estagnação.

Além disso, observa-se que as perturbações geradas com a variável *count* admitindo valores pares tinham maior impacto na energia cinética do escoamento, conclusão que auxilia na escolha da combinação ótima de perturbações.

Figura 13 - Evolução temporal da energia cinética na condição de entrada do escoamento para cada número de Reynolds simulado. (Na legenda, cada inlet (I) é acompanhado pelo seu respectivo valor para a variável *count* – Eq.14)



4.1.3 Resultados Obtidos pela Combinação de Perturbações

Ao simular as perturbações juntamente ao escoamento base, temos como saídas alguns parâmetros utilizados para a procura da perturbação ótima. Para cada instante t do escoamento, tem-se os resultados de perturbação, indicando os valores obtidos para a velocidade, seguindo a equação matricial apresentada na equação 20:

$$\mathbf{B}[:,i](\tau) = \mathbf{u}'(\tau) \quad \text{Equação 20}$$

A partir da decomposição SVD, são obtidas as matrizes: U , D e V , tornando possível o acesso aos valores de velocidade, nível de energia ordenado de forma crescente e coeficientes da combinação linear das perturbações ótimas. Sendo assim, é obtida a combinação de perturbações que mais impacta energeticamente escoamento base. Utilizando a matriz D e a seguinte relação (equação 21), será obtido o valor ótimo do perfil de velocidades do escoamento em relação à altura (y) da entrada do volume de controle. Os valores da velocidade são obtidos a partir da seguinte relação:

$$V_{otima} = \sum_{count=0}^9 \left(D[count] \times \sin \left(\frac{count \times \pi}{count \times y} \right) \right), y \in [0, h] \quad \text{Equação 21}$$

Portanto, foram construídos os perfis de velocidade na condição de entrada do escoamento em 3 instantes diferentes:

Figura 14 - Perfil de Velocidades para Reynolds 100 e instantes (3s, 25s, 62s)

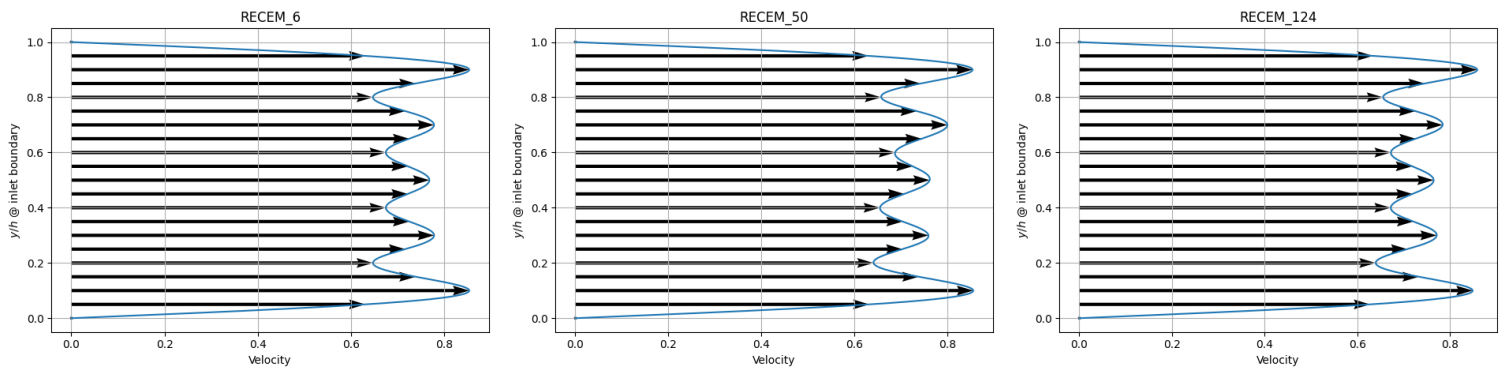


Figura 15 - Perfil de Velocidades para Reynolds 200 e instantes (3s, 25s, 62s)

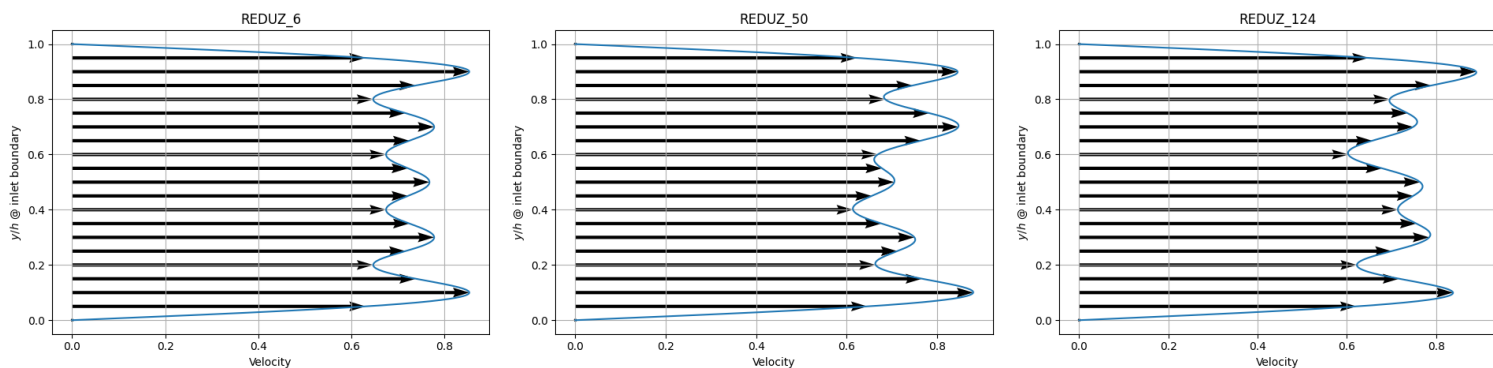


Figura 16 - Perfil de Velocidades para Reynolds 300 e instantes (3s, 25s, 62s)

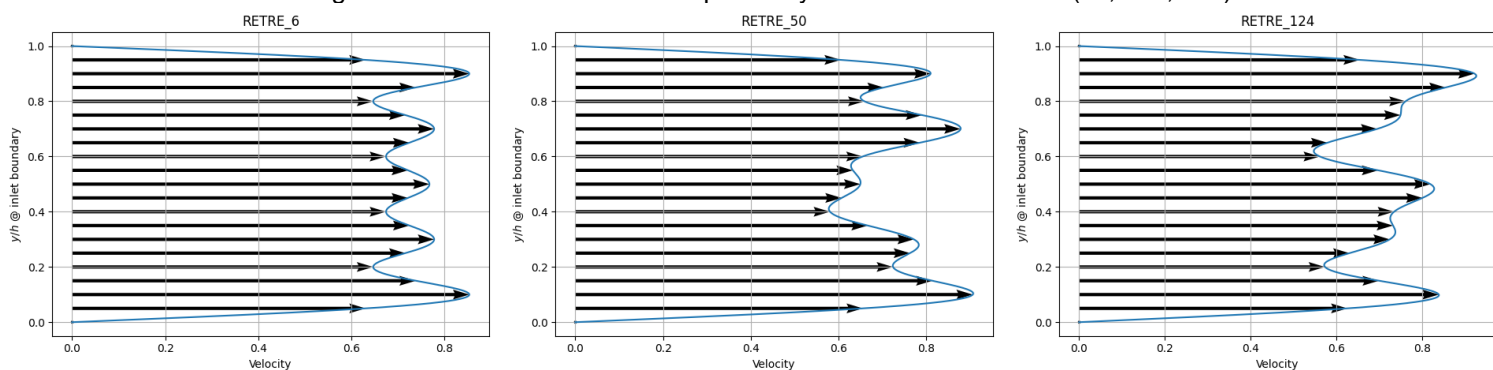


Figura 17 - Perfil de Velocidades para Reynolds 400 e instantes (3s, 25s, 62s)

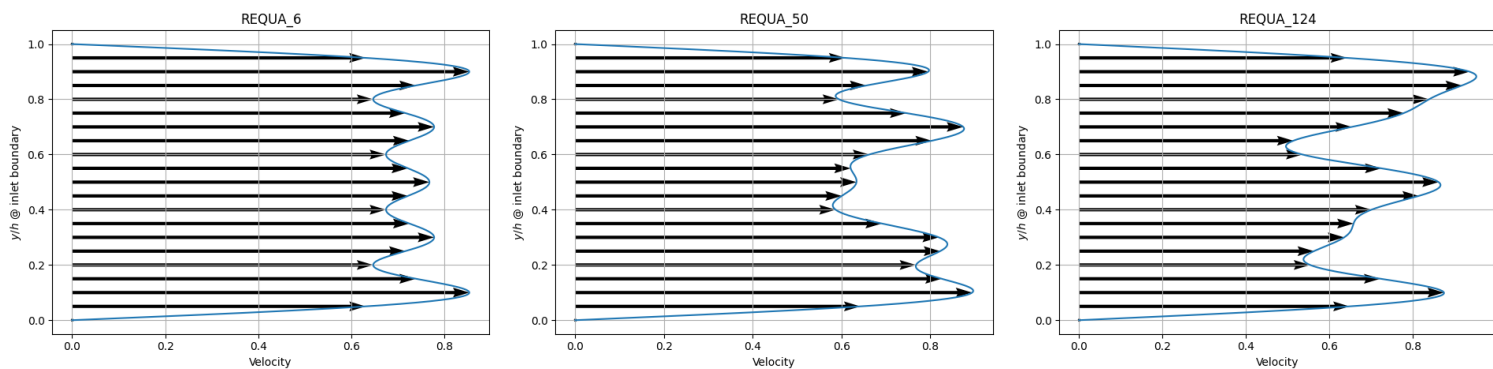
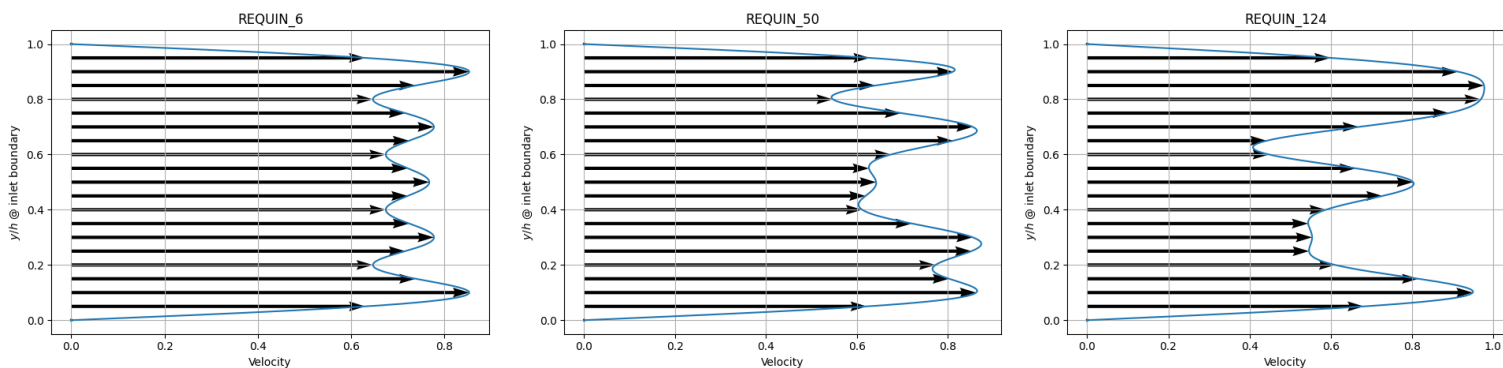


Figura 18 - Perfil de Velocidades para Reynolds 500 e instantes (3s, 25s, 62s)



Com a construção de perfis de velocidade foi possível reafirmar algumas hipóteses já levantadas em relação à evolução energética do escoamento.

Assim como comentado no item anterior o primeiro período onde foram observados picos energéticos, entre os instantes de 2,25s e 3,5s, não possui condições de amplificações expressivas das perturbações do escoamento por não possuírem um gradiente de velocidade significativo. Já para os instantes de 25s e 60s foram observados consideráveis gradientes de velocidade, principalmente para os escoamentos simulados com $Re \geq 300$, o que está de acordo com a verificação da formação de zonas de recirculação.

4.2 Simulação do Campo Base do Ejetor

Em busca de estabelecer hipóteses sobre as condições do escoamento do ejedor que se tornam os potenciais amplificadores de perturbações, a modelagem do escoamento base do ejedor tornou possível uma visualização dos campos de velocidade para alguns números de Reynolds (Figura 19 a Figura 23), sendo possível observar que quanto maior o número de Reynolds utilizado na simulação, maior a região de alta velocidade estabelecida no escoamento.

Figura 19 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejedor (Reynolds = 100)

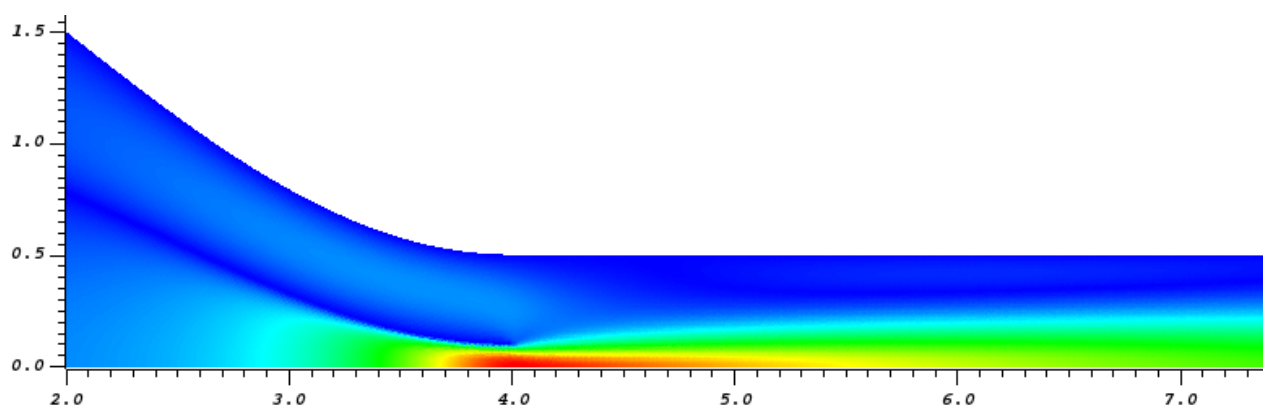


Figura 20 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 200)

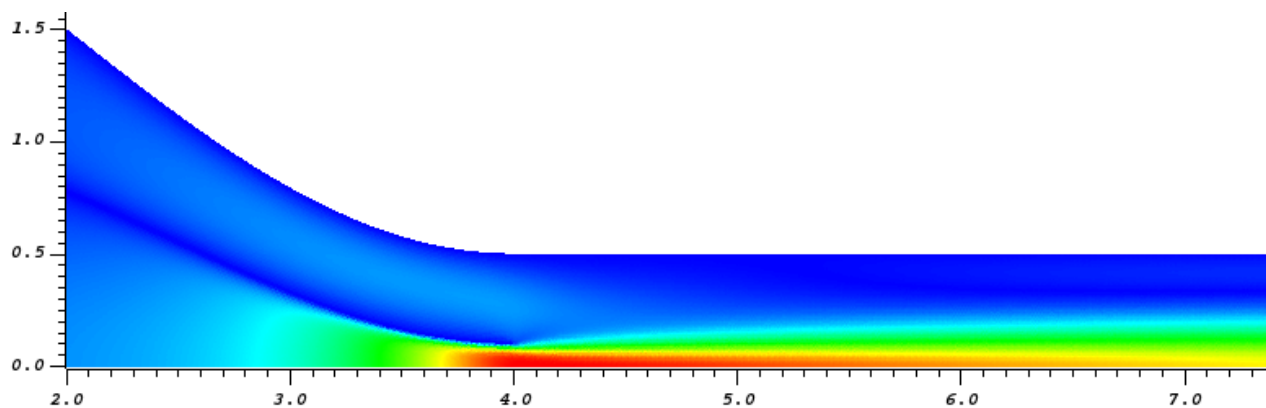


Figura 21 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 300)

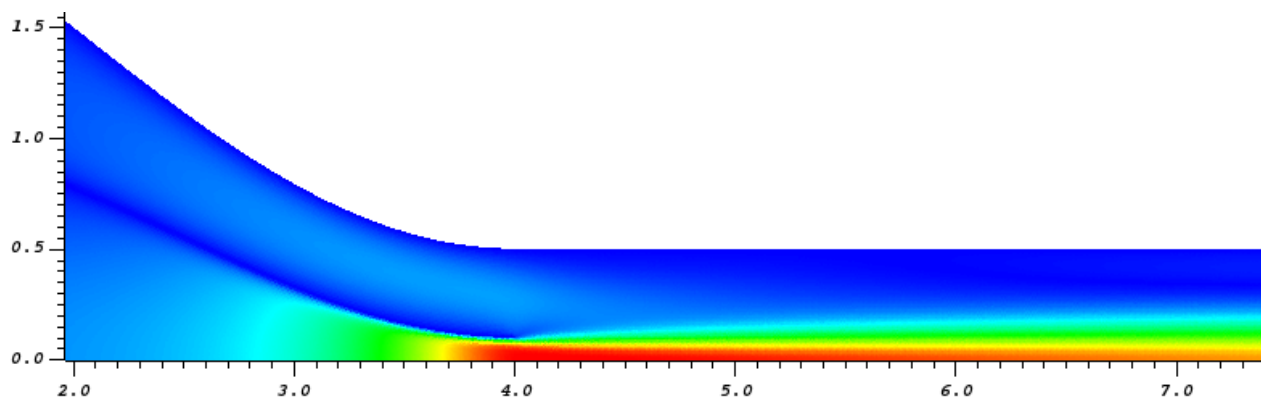


Figura 22 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 400)

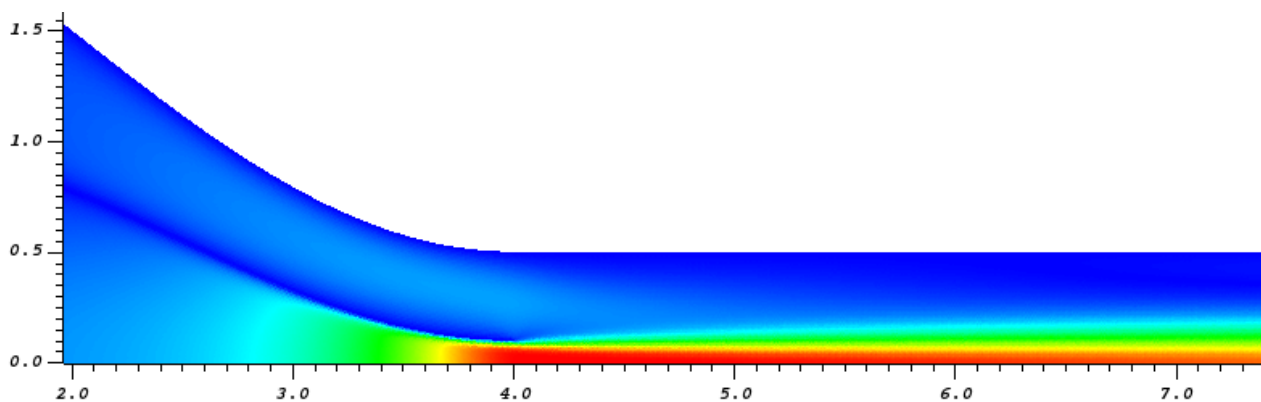
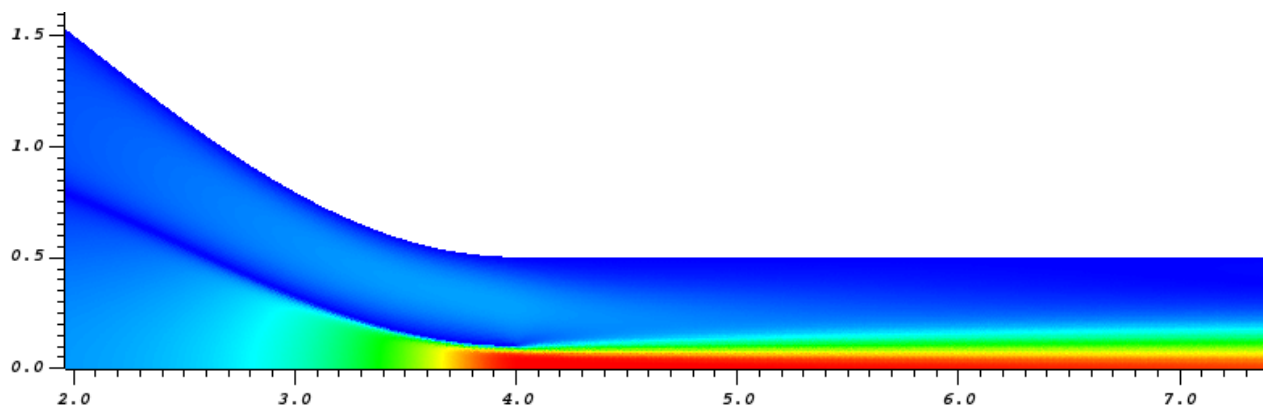


Figura 23 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 500)



Além dos campos de magnitude de velocidade, a partir dos resultados da simulação do campo base também foi possível a construção dos campos de magnitude da vorticidade do ejetor. Nas figuras 24 e 25 temos a representação da vorticidade para as simulações modeladas com número de Reynolds igual a 100 e 500, respectivamente.

Figura 24 - Campos de magnitude de vorticidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 100)

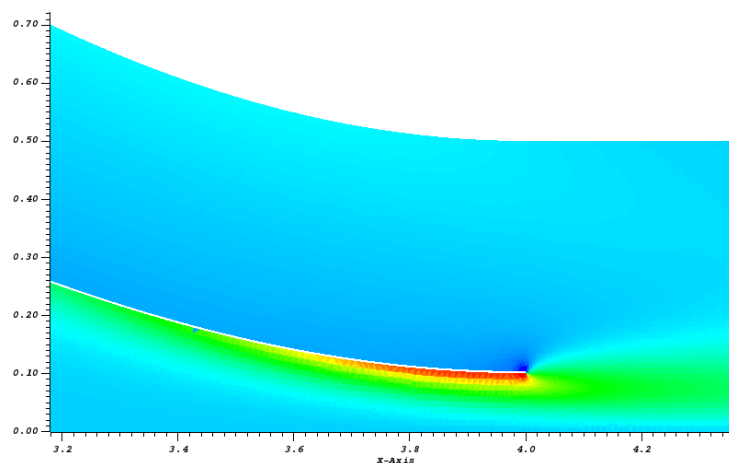
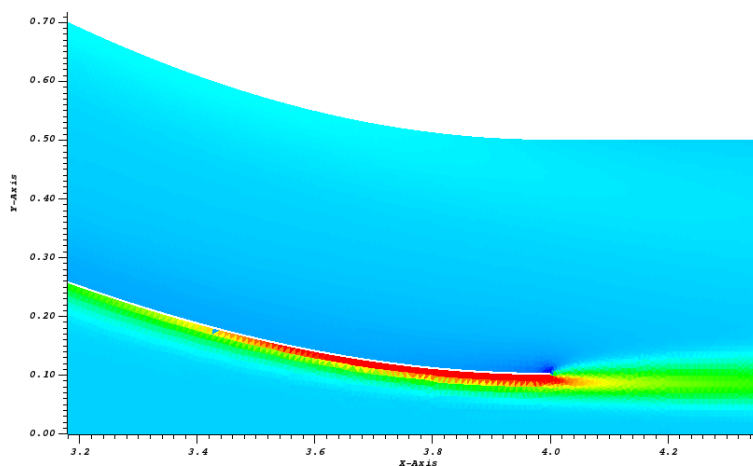


Figura 25 - Campos de magnitude de vorticidade do escoamento base do ejetor (Reynolds = 500)



A partir desses campos observamos que nos dois casos há uma região de vorticidade negativa, sendo representada pela região em azul escuro. Sendo que, podemos concluir que nos arredores desta região está o ponto de separação do escoamento, local que determina o limite da zona de circulação e possuem velocidade e vorticidade nula. Além disso, os campos permitem a verificação o estabelecimento de uma maior zona com valores de vorticidades elevados, região em vermelho, para a simulação modelada com número de Reynolds com valor de 500.

5 CONCLUSÕES

Inicialmente, o estudo estava em busca de validar uma metodologia para a modelagem de um escoamento de expansão do tipo degrau, para em um segundo momento poder introduzir as perturbações de pulso rápido e forma senoidal na condição de entrada do escoamento base afim de verificar os mecanismos de evolução energética do mesmo.

Portanto, durante os estudos em função do escoamento com degrau, foi observado que com o aumento do número de Reynolds empregado na simulação, há o aparecimento de um novo campo de recirculação em relação ao vórtice superior a partir de um número de Reynolds ≥ 300 , condição esta que favorece a transição da camada limite antes laminar para turbulenta. Além disto, com a análise temporal da evolução energética do escoamento após a introdução das perturbações no escoamento base, mais uma vez foi observado que utilizando um número de Reynolds maior que 300, tem-se um expressivo aumento energético do escoamento. Ademais, ao observar os perfis de velocidade reconstruídos que possuem maior gradiente de velocidade, e consequentemente geram maior redistribuição de energia, foi possível definir as hipóteses iniciais em relação à evolução energética do ejedor.

Tendo conhecimento da dificuldade da modelagem matemática do escoamento interno dos ejtores e, em busca de uma contribuição para a resolução da problemática em relação à condição de eficiência dos ejtores, estas hipóteses, as quais giram em torno do entendimento do mecanismo mais propício para a amplificação de perturbações no ejedor, consideram que nas regiões do escoamento onde foram observados fenômenos físicos como a formação de bolhas no degrau apresentam um maior potencial de amplificação energético.

Portanto, conclui-se que considerando um enfoque no crescimento transiente ótimo da energia do escoamento base do ejedor, a partir do espelhamento simétrico em torno do eixo horizontal do domínio espacial do escoamento com expansão do tipo degrau, as condições que possivelmente funcionam como potenciais amplificadores das perturbações inseridas na condição de entrada do escoamento estão relacionadas à uma maior quantidade de zonas de recirculação, além de necessitarem um gradiente de velocidade expressivo o bastante para conseguir redistribuir a energia de forma mais

efetiva e que faça com que haja condições do estabelecimento de um regime mais energético do que o inicial.

5.1 Contribuições do Trabalho

Levando em consideração a necessidade de uma maior confiabilidade nos modelos de simulação dos ejetores, além de ter como objetivo a colaboração com a comunidade científica em relação ao conhecimento sobre o mecanismo energético dos ejetores, o presente estudo demonstra um exemplo de caminho a ser seguido em estudos que busquem uma validação de simulações em relação à bibliografia. São também apresentadas hipóteses acerca da amplificação de perturbações no ejetor, equipamento o qual não possui uma modelagem matemática trivial. Além disso, é exposto um percurso de avaliação dos ejetores em função do espelhamento do escoamento do tipo degrau, o que pode servir de sugestão para estudos que possuem modelagens complexas e que possam seguir o caminho de análise por semelhança.

5.2 Trabalhos Futuros

Como prosseguimento da avaliação do mecanismo energético dos ejetores, entende-se que uma avaliação na mesmo direcionamento da análise feita para o escoamento do degrau seja de grande contribuição. Portanto, com a modelagem do campo base do ejetor com perturbações inseridas em sua condição inicial, seria possível observar a evolução temporal da energia no escoamento, além de permitir verificar as hipóteses levantadas no presente estudo. Sendo ainda possível a definição do formato de perturbações ótimas para o ejetor, ou seja, aquelas que ocasionam uma transitoriedade energética do escoamento, podendo até ser definido um algoritmo para a definição das mesmas em função da estrutura geométrica do ejetor em estudo.

REFERÊNCIAS

ABDESSEMED, N.; SHARMA, A. S.; SHERWIN, S. J.; THEOFILLS, V. Transient growth analysis of the flow past a circular cylinder. **Physics of Fluids**, [S. l.], v. 21, n. 4, p. 1–14, 2009. DOI: 10.1063/1.3112738.

ANDERSON, J. D. Governing Equations of Fluid Dynamics. *In*: WENDT, John (org.). **Computational Fluid Dynamics**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1992. p. 15–51. DOI: 10.1007/978-3-662-11350-9_2. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-11350-9_2.

ARBEL, A.; SHKLYAR, A.; HERSHGAL, D.; BARAK, M.; SOKOLOV, M. Ejector Irreversibility Characteristics. **Journal of Fluids Engineering**, [S. l.], v. 125, n. 1, p. 121–129, 2003. DOI: 10.1115/1.1523067. Disponível em: <https://asmedigitalcollection.asme.org/fluidsengineering/article/125/1/121/463177/Ejector-Irreversibility-Characteristics>.

BARKLEY, D.; BLACKBURN, H. M.; SHERWIN, S. J. Direct optimal growth analysis for timesteppers. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, [S. l.], v. 57, n. 9, p. 1435–1458, 2007. DOI: 10.1002/fld.1824.

BLACKBURN, H. M.; BARKLEY, D.; SHERWIN, S. J. Convective instability and transient growth in flow over a backward-facing step. **Journal of Fluid Mechanics**, [S. l.], v. 603, p. 271–304, 2008. DOI: 10.1017/S0022112008001109.

CHILDS, Hank et al. VisIt: An End-User Tool For Visualizing and Analyzing Very Large Data. *In*: **High Performance Visualization--Enabling Extreme-Scale Scientific Insight**. [s.l.: s.n.]. p. 357–372.

DESHPANDE, Abhijit P.; KRISHNAN, J. Murali; KUMAR, P. B. Suni. **Rheology of Complex Fluids**. New York, NY: Springer New York, 2010. DOI: 10.1007/978-1-4419-6494-6. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6494-6>.

EVANS, Robert. A novel surface jet pump apparatus for the oil-and-gas and process industries. Cranfield University, ©2021. Disponível em: <https://www.cranfield.ac.uk/business/develop-your-technology-and-products/license->

our-technology/a-novel-surface-jet-pump-apparatus>. Acesso em: 26, novembro, 2021.

HECHT, F. New development in freefem ++. *[S. l.]*, v. 20, n. 3, p. 251–265, 2012. DOI: 10.1515/jnum-2012-0013.

HOPCROFT, John; KANNAN, Ravindran. **Foundations of Data Science**. [s.l.] : Cambridge University Press, 2020. DOI: 10.1017/9781108755528. Disponível em: <https://www.cambridge.org/core/product/identifier/9781108755528/type/book>.

MAHMUD, K. R.; RHAMAN, M. M.; AZAD, A. K. Al. Numerical Simulation and Analysis of Incompressible Newtonian Fluid Flows using FreeFem ++. **Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences**, *[S. l.]*, v. 26, n. 1, p. 1–19, 2016.

MARUM, Victor; REIS, Livia; MAFFEI, Felipe; RANJBARZADEH, Shahin; KORKISCHKO, Ivan; GIORIA, Rafael; MENEHINI, Julio. Performance analysis of a water ejector using Computational Fluid Dynamics (CFD) simulations and mathematical modeling. **Energy**, *[S. l.]*, v. 220, p. 119779, 2021. DOI: 10.1016/j.energy.2021.119779. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.119779>.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H.; HUEBSCH, W. W. **Fundamental of Fluids Mechanics**. Sixth ed. [s.l.] : Don Fowley, 2009. Disponível em: http://civilcafe.weebly.com/uploads/2/8/9/8/28985467/fluid_mechanics.pdf.

PARK, Byung Hoon; LIM, Ji Hwan; YOON, Woongsup. Fluid dynamics in starting and terminating transients of zero-secondary flow ejector. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, *[S. l.]*, v. 29, n. 1, p. 327–339, 2008. DOI: 10.1016/j.ijheatfluidflow.2007.06.008.

POTTER, Merle C.; WIGGERT, David C.; RAMADAN, Bassem H. **Mechanics Of Fluids**. 4. ed. [s.l.] : Cengage Learning, 2015. Disponível em: <https://www.cengage.com.br/ls/mecanica-dos-fluidos-4/>.

REIS, Livia Bueno; GIORIA, Rafael dos Santos. Optimization of liquid jet ejector geometry and its impact on flow fields. **Applied Thermal Engineering**, *[S. l.]*, v. 194, n. January, p. 117132, 2021. DOI: 10.1016/j.applthermaleng.2021.117132. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.applthermaleng.2021.117132>.

SAMAD, Abdus; NIZAMUDDIN, Mohammad. Flow Analyses Inside Jet Pumps Used for Oil Wells. **International Journal of Fluid Machinery and Systems**, [S. l.], v. 6, n. 1, p. 1–10, 2013. DOI: 10.5293/IJFMS.2012.6.1.001. Disponível em: <http://koreascience.or.kr/journal/view.jsp?kj=OCGKEU&py=2013&vnc=v6n1&sp=1>.

SILVA, Filipe Magalhães de Carvalho; APOLINARIO, Mayara da Fonseca; SIQUEIRA, Antonio Marcos De Oliveira; CANDIAN, André Luiz Moreira; MOREIRA, Livia Andrade Fontes; SARTI, Mateus Rodrigues. Experimento Didático De Reynolds E Conceitos Básicos Em Mecânica Dos Fluidos. **The Journal of Engineering and Exact Sciences**, [S. l.], v. 3, n. 3, p. 346–357, 2017. DOI: 10.18540/2446941603032017346.

SKILLICORN, David. Singular Value Decomposition (SVD). *In: Understanding Complex Datasets*. [s.l.] : Chapman and Hall/CRC, 2007. p. 71–112. DOI: 10.1201/9781584888338-8. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781584888338/chapters/10.1201/9781584888338-8>.

VAN LEER, Bram; POWELL, Kenneth G. Introduction to Computational Fluid Dynamics. *In: Encyclopedia of Aerospace Engineering*. Chichester, UK: John Wiley & Sons, Ltd, 2010. DOI: 10.1002/9780470686652.eae048. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/9780470686652.eae048>.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. **An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method**. [s.l.] : Pearson Education, 2007. v. 2

ANEXO A - ARTIGO SÍNTESE

Universidade de São Paulo

Engenharia de Petróleo – Escola Politécnica

Número USP: 10404207

Data: 26/11/2021



Crescimento Transiente de Energia de Perturbações na Condição de Entrada em Escoamentos Internos

Victória Bergamo Benedito Chukwurah
Orientador: Prof. Dr. Rafael dos Santos Gioria.

Artigo Sumário referente à disciplina PMI3349 – Trabalho de Conclusão de Curso II
Este artigo foi preparado como requisito para completar o curso de Engenharia de Petróleo na Escola Politécnica da USP. Template 2021v01.

versão

Resumo

Fazendo o uso dos conceitos e aplicabilidade da modelagem computacional de dinâmica de fluidos e, fundamentando as análises e premissas nas três leis básicas da mecânica dos fluidos: conservação de massa, primeira lei da termodinâmica e segunda lei de Newton, o presente estudo demonstra uma metodologia que determina hipóteses em relação ao crescimento energético de perturbações em um escoamento interno de um ejedor. Tal metodologia é baseada comparação entre o campo base do ejedor e o campo base de um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau, o qual é utilizado como base do estudo de avaliação e análise das variações transitórias de medidas como velocidade do escoamento, a partir da introdução de perturbações senoidais de pulso rápido na condição de contorno da entrada.

Palavras-chave: Ejedor, Crescimento energético, Escoamento.

Abstract

Using the concepts and applicability of computational fluid dynamics modeling, and taking as a basis the three fundamental laws of fluid mechanics: conservation of mass, the first thermodynamic law, and Newton's second law, this study demonstrates a methodology for hypothesizing the energetic growth of disturbances in an internal flow of an ejector. This methodology is based on a comparison between the base field of the ejector and the base field of a two-dimensional flow with geometric expansion of the step type, which serves as a basis for studying the evaluation and analysis of transient variations in measured values such as flow

velocity resulting from the introduction of fast pulse sinusoidal perturbations in the input boundary condition.

Keywords: ejector, energy gain, flow.

1. Introdução

Baseada no comportamento de fluidos em diversos tipos de sistemas, a modelagem computacional da dinâmica de fluidos possui grande importância em setores industriais. Assim como afirmado por VAN LEER; POWELL (2010), há uma demanda por métodos de medição e maneiras de estabelecer, previamente às aplicações, uma confiabilidade de soluções e metodologias computacionais para as modelagens, principalmente para escoamentos com geometria complexa, como por exemplo um ejetor.

Os ejetores (Figura 1), equipamentos para fluxo de fluidos com geometria de expansão, possuem diversas áreas de aplicação devido a possível implementação para mecanismos como sucção e mistura de fluidos, como em reatores químicos, dosadores, entre outros.

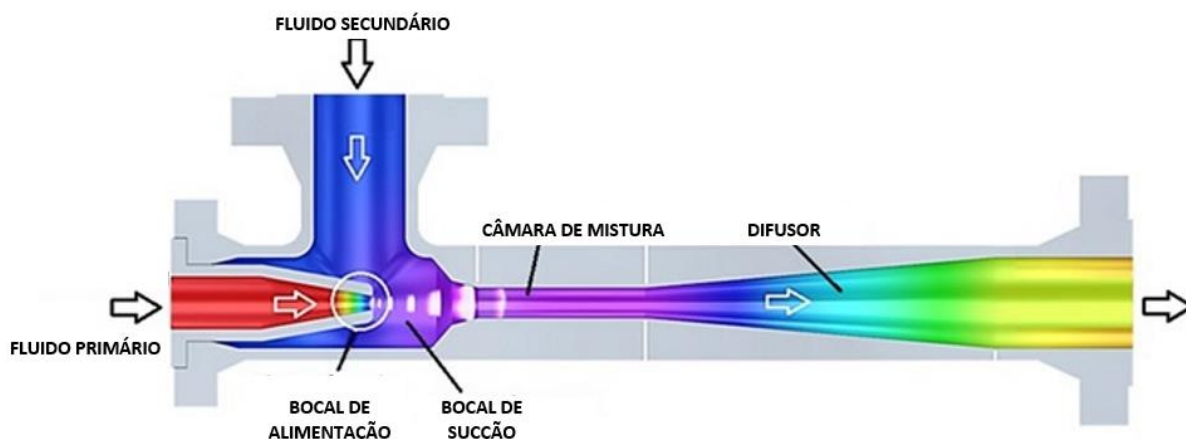


Figura 1 – Esquema de componentes e geometria de um ejetor, adaptado de (EVANS, ©2021)

De acordo com HUSAIN et al. (2016), o funcionamento dos ejetores se baseia no princípio do efeito de Venturi, sendo que com a injeção de um fluido primário em altas pressões tem-se como consequência um jato de alta velocidade fazendo com que uma zona de sucção seja criada, formando um gradiente de pressão no bocal de sucção, e com isso, a sucção de um fluido secundário. Posteriormente, na câmara de mistura ocorre a mistura dos dois fluidos, havendo transferência de energia e momento, e assim esta mistura segue para o difusor, local onde ocorre expansão do fluxo.

No entanto, embora possua uma ampla aplicabilidade em diversos segmentos da indústria, a modelagem matemática do escoamento interno do ejedor não é considerada trivial, necessitando a definição das equações de conservação de massa, energia e momento, o uso de equações de estado, além da definição de algumas premissas e hipóteses devidamente implementadas à simulação. Além disso, bem como comentado em HUSAIN et al. (2016), os ejetores não são equipamentos com altas performances de eficiência por diversos motivos, como a mistura inadequada de fluidos primários e secundários e também, devido fenômenos de transferência de energia e quantidade de movimento.

Considerando o escoamento interno laminar de um fluido incompressível com geometria de bombeamento, do tipo ejedor, o atual estudo objetiva estimar características energéticas do fluxo interno deste escoamento. Com a determinação das perturbações ótimas que evoluem durante o fluxo de um escoamento de expansão do tipo degrau, provocando a alteração do regime do escoamento e gerando o maior crescimento energético transiente; e posteriormente, utilizando o espelhamento simétrico em torno do eixo horizontal do domínio espacial deste escoamento; será expressa uma possível correlação entre estes dois tipos de escoamento – o do degrau e do ejedor – em busca de estimar e elaborar hipóteses a respeito do mecanismo de evolução energética ótima do fluxo interno dos ejetores.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. Ejetores

As bombas à jato, ou ejetores, possuem diversas utilidades no setor industrial, no entanto, ARBEL et al. (2003) comentam que o princípio de funcionamento dos ejetores é geralmente o mesmo: o fluido primário injetado em alta pressão torna possível a sucção de um fluido secundário devido um gradiente de pressão no bocal de sucção; com isso, o fluido primário transfere parte de sua energia cinética ao fluido secundário, havendo a mistura dos fluidos; e, por fim, a mistura é ejetada após uma passar pela parte do difusor.

Mais especificamente, na indústria de petróleo e gás, diversos estudos e aplicações de ejetores, ou bombas a jato, são realizados. Assim como explicado por SAMAD; NIZAMUDDIN (2013), os ejetores são utilizados para elevação artificial, quando a profundidade e o desvio dos poços de produção aumentam e há depleção da pressão. Em CHAGAS et al. (2016) é estudado o seu uso visando a descompressão do revestimento em poços maduros; já em DUARTE et al. (2018), o estudo sobre ejedor se deu com foco na aspiração de gases aprisionados no tubo anular, visando a manutenção da vazão do poço em questão.

2.2. Regimes e Estabilidade de Escoamento

Osborne Reynolds categorizou regime do e escoamentos, os quais podem ser do tipo laminar quando não há mistura significativa entre partículas vizinhas do fluido durante o escoamento; turbulento, o qual ocorre quando os movimentos do fluido variam irregularmente; e, o regime de escoamento em transição, marcado pela transição do escoamento de laminar para turbulento um parâmetro adimensional (Equação 1) que pode ser utilizado como ferramenta para prever o regime do escoamento, consolidado pela combinação de três parâmetros físicos: espessura da camada limite (L), velocidade de escala (V) e a viscosidade cinemática (ν). Sendo que, para cada tipo de geometria de escoamento tem-se um número de Reynolds crítico, o qual determina que se $Re < Re_{critico}$, o escoamento permanece laminar.

$$Re = \frac{VL}{\nu} \quad \text{Equação 1}$$

Normalmente a transição para a turbulência se inicia com uma instabilidade do estado laminar, podendo ser provocada por perturbações. Caso essas oscilações sejam crescentes, podem ser seguidas por uma alteração do regime para a turbulência ou, podem ser um gatilho para o início da transição do regime rumo à turbulência. Em um escoamento estável geralmente as oscilações continuam sempre com a mesma amplitude e, normalmente, decaem com um tempo por serem amortecidas por efeitos viscosos (KRISHNAN; DESHPANDE; KUMAR, 2010). Já quando as oscilações aumentam em amplitude perante o domínio do escoamento, seja o temporal, espacial ou ambos, o fluxo apresenta uma instabilidade. Por fim, tem-se que quando uma perturbação cresce apenas no domínio temporal, permanecendo fixa em relação ao espacial, a instabilidade é absoluta; caso a perturbação aumenta em magnitude perante o escoamento, se propagando à medida que cresce podendo decair a qualquer ponto do domínio, tem-se uma instabilidade convectiva (BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN, 2008), assim como demonstrado na Figura 2:

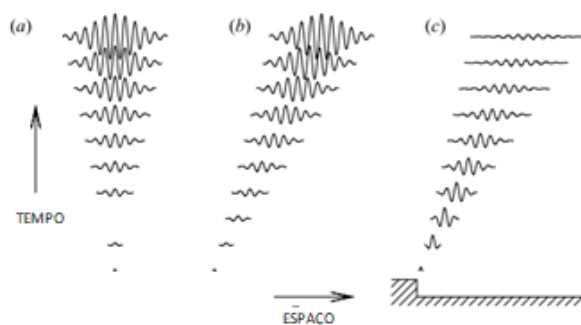


Figura 26 - Demonstração da evolução de perturbações em escoamentos com instabilidade absoluta (a), instabilidade convectiva (b) e, escoamentos com geometria complexa onde há regiões de instabilidade convectiva local cercada por região de fluxo estável (c). Adaptado de (BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN, 2008)

2.3. Equações Governantes do Escoamento

Com o estudo do modelo de movimento do fluido partindo da definição da massa infinitesimal com base na massa específica (ρ) e volume de controle \mathcal{V} (Equação 2) e, tendo como princípio de que a massa é conservada, tem-se que a derivada da massa do fluido é nula (Equação 3). Com isso, é possível combinar essas duas equações chegando na Equação 4, a qual representa a equação diferencial da continuidade do fluido, sendo \vec{U} o vetor velocidade (ANDERSON, 1992):

$$\partial m = \rho \partial \mathcal{V} \quad \text{Equação 2}$$

$$\frac{D(\partial m)}{Dt} = 0 \quad \text{Equação 3}$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{Equação 4}$$

Adicionando a hipótese de que neste estudo será feita a modelagem do escoamento de um fluido incompressível, ou seja, a massa específica de cada partícula do fluido é constante e, a equação da continuidade demonstra que neste caso, o divergente do vetor velocidade é zero (POTTER; WIGGERT; RAMADAN, 2015):

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{Equação 5}$$

Também definindo o fluido em estudo como newtoniano, que possui uma relação de proporcionalidade entre a taxa de cisalhamento e o produto da taxa de deformação com a constante de viscosidade; isotrópico, cujas propriedades em uma determinada posição independem da direção; e, homogêneo, tendo suas propriedades independentes da posição. É aplicada a segunda lei de Newton para tal fluido, é possível obter as equações diferenciais que descrevem o movimento deste fluido, conhecidas como equações de Navier-Stokes (MUNSON et al., 2009):

$$\rho \frac{D\vec{U}}{Dt} = -\nabla p - \rho(\vec{U} \cdot \nabla)\vec{U} + \mu \nabla^2 \vec{U} + \rho \vec{g} \quad \text{Equação 6}$$

Sendo que p representa a pressão estática; \vec{g} a gravidade; e, μ a viscosidade dinâmica do fluido.

2.4. Estabilidade Linear e Crescimento Energético Transiente

É necessário compreender as ocasiões em que o escoamento base é linearmente estável, mas, com a presença de regiões de instabilidade convectiva local, as perturbações apresentam um desenvolvimento transiente (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007). Portanto, definindo as perturbações como pulsos rápidos de formas senoidais e sendo elas ortogonais entre si, as

perturbações serão incompressíveis assim como o escoamento base. Portanto, utilizando o conceito físico de energia cinética (Equação 7a) e considerando a evolução transiente das perturbações no domínio espacial Ω , é determinada uma norma \mathbb{L}_2 da energia cinética total, pela unidade mássica da perturbação (E), associada a um produto interno (Equação 7b), afim de quantificar o tamanho das perturbações (ABDESSEMED et al., 2009).

$$K = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad \text{Equação 7a}$$

$$2E(\mathbf{U}') = (\mathbf{U}', \mathbf{U}') \equiv \int_{\Omega} \mathbf{U}' \cdot \mathbf{U}' dV \quad \text{Equação 7b}$$

Sendo \mathbf{U}' a evolução infinitesimal das perturbações e $\mathcal{A}(t)$ um operador de evolução linear que desenvolve as perturbações no espaço temporal (Equação 8) definido pelas equações de Navier-Stokes (Equação 6), teremos os resultados sobre a estabilidade linear do escoamento base (ABDESSEMED et al., 2009) em relação aos domínios espaciais e temporais do escoamento. É possível compreender tal dinâmica de estabilidade e crescimento transiente a partir do cálculo dos autovalores e auto vetores singulares de \mathcal{A} . Com isso, estamos em busca dos maiores valores singulares de $\mathcal{A}(\tau)$ e para isso será feita a decomposição de valores singulares de $\mathcal{A}(\tau)$, sendo v os autovetores e σ os autovalores (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007).

$$\mathbf{U}'(x, t) = \mathcal{A}(t) \cdot \mathbf{U}'(x, 0) \quad \text{Equação 8}$$

$$\mathcal{A}(\tau)\mathbf{V}_j = \sigma_j \mathbf{U}_j \quad \text{Equação 9a}$$

$$\sigma_j = \|\mathbf{U}'(\tau)\| \quad \text{Equação 9b}$$

2.5. Decomposição de Valores Singulares (SVD)

Pela definição da Decomposição de Valores Singulares dada em SKILLICORN (2007), é possível decompor uma matriz $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times d}$ em três matrizes: $\mathbf{A} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T$. Sendo assim, temos que as colunas de $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{n \times r}$ e $\mathbf{V} \in \mathbb{R}^{r \times d}$ são ortonormais e a matriz $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ é diagonal com valores reais positivos. Explica também que \mathbf{A} possui r autovalores positivos ($\sigma_1, \dots, \sigma_r$) correspondentes aos auto vetores. Sendo a matriz \mathbf{U} , tendo em suas colunas os auto vetores direitos (v_1, \dots, v_r) da matriz \mathbf{A} ; a matriz \mathbf{V} , sendo suas linhas os auto vetores esquerdos (u_1, \dots, u_r) da matriz \mathbf{A} ; e, define-se \mathbf{D} uma matriz quadrada diagonal de dimensões $r \times r$, onde os elementos de diagonal são chamados de valores singulares de \mathbf{A} . Com isso, é possível obter \mathbf{A} a partir de:

$$\mathbf{A} = \sum_{j=1}^r \sigma_j \mathbf{u}_j \mathbf{v}_j^T \quad \text{Equação 10a}$$

$$\mathbf{u}_j = \frac{1}{\sigma_j(\mathbf{A})} \mathbf{A} \mathbf{v}_j, \text{ para } j = 1, 2, \dots, r \quad \text{Equação 10b}$$

Portanto, no decorrer do atual estudo, esta metodologia permitirá a reconstrução do perfil de velocidades do escoamento. Serão utilizados auto vetores direitos para a reconstrução deste perfil e também, serão encontradas as melhores combinações das perturbações, sendo estas as que geram maior crescimento energético do escoamento e, que são definidas a partir dos auto vetores esquerdos.

3. Metodologia

Ao realizar a modelagem de um escoamento bidimensional com expansão geométrica do tipo degrau (Figura 2), o atual estudo visa implementar perturbações de pulso rápido e caráter turbulento no início do escoamento em questão, a fim de entender o mecanismo de amplificação destas perturbações. E, com isso, serão feitas comparações à modelagem do escoamento base do ejetor, afim de analisar o mecanismo e características de escoamento de ejetores que tornam possível o maior crescimento energético transiente gerado por uma combinação ótima perturbações introduzidas na condição de contorno, então, é obtida uma hipótese acerca de uma modelagem de ejetores que possua uma mistura mais efetiva dos fluidos introduzidos.

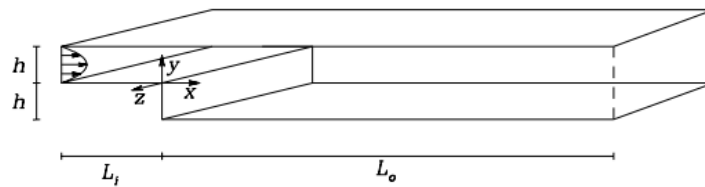


Figura 2 - Exemplo de domínio com geometria de expansão do tipo degrau que será modelado.
BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007)

Aplicada para gerar soluções aproximadas de problemas de valores de contorno em modelagens até tridimensionais, será utilizado o método de elementos finitos a fim de encontrar soluções de Navier-Stokes para o escoamento em estudo. Com a solução que abrange o campo de velocidades e pressão (\mathbf{u}, p) do problema, são determinadas aproximações iniciais (u_h, p_h) em uma dimensão espacial finita apropriada para a discretização das equações que governam o escoamento (MAHMUD; RHAMAN; AZAD, 2016).

3.1. Validação da Metodologia – Simulação do Degrau

Iniciando a modelagem, é definido um volume de controle inicial com geometria do tipo expansão do tipo degrau (Figura 6) e, assim como em BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007), são aplicadas as equações de Navier-Stokes (Equação 6) para fluidos incompressíveis com as equações governantes do movimento do fluido em um domínio Ω , utilizando também a relação do número de Reynolds (Equação 1). Sendo os campos de velocidade e pressão do escoamento base definidos respectivamente por $\mathbf{u}(x, t) = (u, v, w)(x, y, z, t)$ e $p(x, t)$:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p - + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}, em \Omega \quad \text{Equação 11a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, em \Omega \quad \text{Equação 11b}$$

Com o foco em compreender a evolução infinitesimal das perturbações \mathbf{u}' no escoamento base, as equações de Navier-Stokes serão implementadas a partir das relações $\mathbf{u} + \mathbf{u}'$ e $p + p'$, sendo p' a pressão das perturbações (BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN, 2007):

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial t} = -(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}' - (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u} - \nabla p' - + \frac{1}{Re} \nabla^2 \mathbf{u}', em \Omega \quad \text{Equação 12a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, em \Omega \quad \text{Equação 12b}$$

A partir da Equação 12a, tem-se os termos relacionados às respostas da propagação das perturbações no escoamento base, sendo: $\mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{u}$: redistribuição de energia; $\mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}'$: convecção da perturbação

$\frac{1}{Re} \cdot \nabla^2 \mathbf{u}'$: dissipação de energia.

As perturbações aplicadas nas modelagens deste estudo são pulsos rápidos os quais possuem caráter senoidal, definidas por:

$$scale \times sen\left(count \cdot \pi \cdot \frac{y}{h}\right) \times (1 - exp(-\sigma(t - \tau)^2)) \cdot cos(\omega t) \quad \text{Equação 13}$$

Com $scale = 1$, $\sigma = 1$, $t =$ variável de tempo e $y =$ altura da entrada. Sendo que a variável $count$ utilizada no intervalo $[0; 9]$ diferencia as perturbações testadas, nomeadas por *inlet*, alterando os harmônicos e aumentando a frequência de oscilação da função, a fim de encontrar a perturbação de maior impacto, ou seja, a qual gera maior energia ao escoamento.

Serão realizadas simulações de *count* perturbações por um intervalo de tempo τ e seus resultados serão armazenados em forma matricial (Equação 14). Com isso, cada coluna desta matriz representa o resultado de uma perturbação após τ segundos:

$$\mathbf{B}[:,i](\tau) = \mathbf{u}'(\tau) \quad \text{Equação 14}$$

Para a resolução dessa matriz será feita com base em fatoração de matrizes utilizado a metodologia de Decomposição em Valores Singulares, assim como aplicado em BARKLEY; BLACKBURN; SHERWIN (2007), para a resolução de problemas matriciais de autovalores. Com isso, a matriz \mathbf{B} será decomposta em um produto de outras três matrizes (Equação 15), chegando em: U , com cada coluna igual ao resultado da velocidade para determinada perturbação ótima; D , matriz de autovalores que representam nível de energia de cada combinação ótima (ordem decrescente); e V uma matriz em que as linhas representam os coeficientes da combinação linear das perturbações consideradas ótimas.

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}\mathbf{D}\mathbf{V}^T \quad \text{Equação 15}$$

3.2. Simulação do Ejetor

Visando um maior entendimento do escoamento interno base em um ejedor, assim como sua dinâmica energética, são definidos os parâmetros do ejedor à ser simulado (Tabela 1).

Tabela 1 – Definição dos parâmetros do ejedor para a simulação

D_P	2.0	Diâmetro entrada do fluido primário
D_{BA}	0.02	Diâmetro bocal de alimentação
L_{BA}	3.0	Comprimento da seção de convergência do bocal
NXP	0.0	Recuo entre a saída do bocal e a entrada da câmara de mistura
D_S	5.0	Diâmetro entrada do fluido secundário
L_S	4.0	Comprimento da seção de entrada do fluido secundário
esp	0.005	Espessura máxima das paredes do bocal
D_{CM}	1.0	Diâmetro da câmara de mistura
L_{CM}	10.0	Comprimento da câmara de mistura
D_D	2.0	Diâmetro do difusor
L_D	40.0	Comprimento do difusor

São estabelecidas as seguintes hipóteses em relação ao escoamento interno do ejedor: a parede interna do ejedor é considerada com aderência perfeita, ou seja, a velocidade do fluido é zero nesta

condição de contorno; o escoamento interno do ejetor é estacionário e isotérmico; e, o fluido é considerado incompressível e newtoniano. Além disso, da mesma forma que foi realizada para a geometria de degrau, para a simulação do escoamento dos fluidos do ejetor é realizada a modelagem e simulação de um escoamento de expansão no software FreeFEM++ (HECHT, 2012) utilizando o método dos elementos finitos para a encontrar soluções aproximadas das equações de Navier-Stokes (Equação 6) em um domínio espacial Ω .

4. Resultados e Discussão

4.1. Simulação do Degrau

Para a análise do escoamento base, foram realizadas simulações no software FreeFEM++ (HECHT, 2012), utilizado para solucionar equações diferenciais parciais. Com isso, simulando o mesmo escoamento com diferentes números de Reynolds (100 a 500) foram obtidos os seguintes perfis de velocidade (Figura 3), sendo que a demonstração visual do campo de velocidades foi feita com o uso do software VisIt (CHILDS et al., 2012). É possível observar uma influência do número de Reynolds no escoamento base pois com o aumento de seus valores, maior a região atingida por alterações de velocidades, com as zonas de recirculação cada vez mais adiante do escoamento.

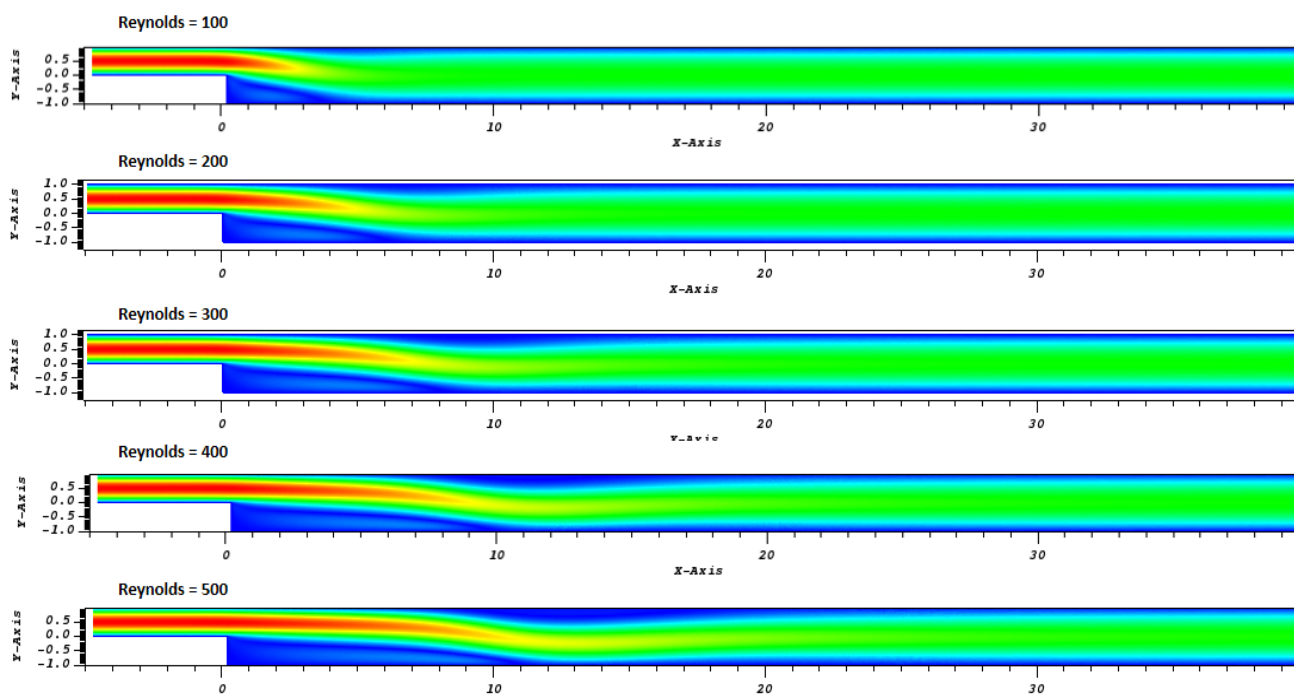


Figura 3 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base para diferentes números de Reynolds.

Com base em POTTER; WIGGERT; RAMADAN (2015), estas zonas de recirculação são os locais onde houve a separação da camada limite devido um encontro de correntes. Sendo assim,

esta região é de grande importância para a atual análise pois POTTER; WIGGERT; RAMADAN (2015) ainda afirmam que para um número de Reynolds suficiente, a camada limite antes laminar, pode sofrer transição para uma camada limite turbulenta logo a diante do ponto de estagnação.

É feita uma relação entre a vorticidade e os pontos de separação do escoamento; sendo que os valores da vorticidade da parede superior do domínio da malha ($vort_u$) e dos vórtices da parede inferior ($vort_d$) obtidos na simulação para cada Reynolds (Figura 10 4) foram utilizados para encontrar os intervalos espaciais que poderiam conter estes pontos de separação.

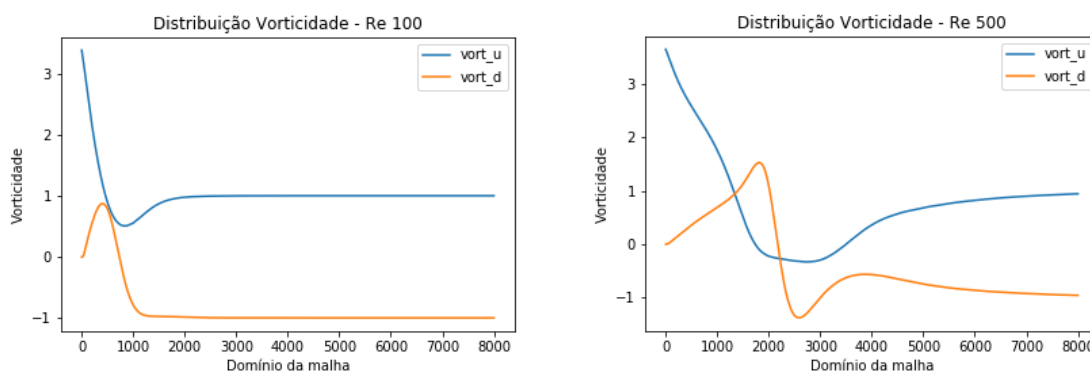


Figura 4 - Resultados da distribuição da vorticidade pelo domínio da malha variando o número de Reynolds.

Em busca de obter os locais geométricos dos pontos de separação para cada número de Reynolds por meio de uma aproximação linear, foram feitas interpolações entre os valores obtidos da vorticidade (ω) com sucessivos cálculos do produto entre os valores de vórtices de pontos consecutivos a fim de encontrar os intervalos e os intervalos onde a condição $\omega(x_i) \cdot \omega(x_{i+1}) < 0$ fosse garantida. Sendo $x_e \in \mathbb{R} : x_i \leq x_e \leq x_{i+1}$ o local geométrico do ponto de estagnação e $\omega_e = 0$ sua vorticidade:

$$x_e = x_i - \left(\frac{\omega_i}{\omega_{i+1} - \omega_i} \right) (x_{i+1} - x_i) \quad \text{Equação 16}$$

Ao comparar a relação obtida no atual estudo (Figura 5) com os valores explicitados por BLACKBURN; BARKLEY; SHERWIN (2008), temos uma ótima confirmação acerca da assertividade do método empregado. Valida-se que com o aumento do Reynolds há a geração de um novo campo de recirculação em relação ao vórtice superior, o que está de acordo com a referência bibliográfica, a qual afirma que a partir de um $Re \cong 275$ este novo campo é realmente esperado..

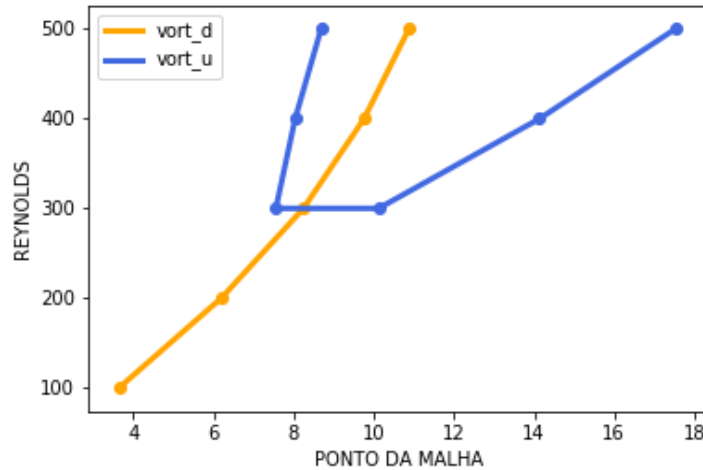


Figura 5 - Relação entre pontos de estagnação encontrados de acordo com o número de Reynolds utilizado na simulação

4.2. Análise da Variação Energética devido Perturbações

Com a análise da energia cinética da entrada do escoamento base modelado com um período de tempo $\tau=100$ (Figura 6), percebe-se a existência de uma primeira região que possui picos energéticos logo no início do período (entre 2,25s e 3,5s), porém, estes picos não apresentam condições realmente favoráveis para a amplificação das perturbações pelo escoamento. A evolução energética com possíveis condições para ativar mecanismos de transição do escoamento se apresenta a partir de um $Re = 300$, sendo que com o aumento do número de Reynolds, tem-se aumento do pico de energia cinética.

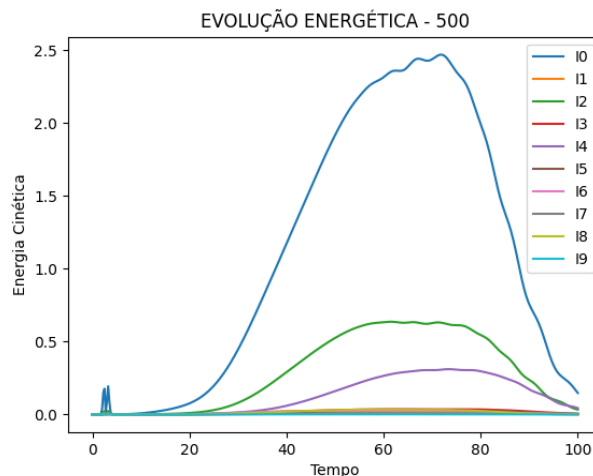


Figura 5 - Evolução temporal da energia cinética na condição de entrada do escoamento para cada número de Reynolds simulado. (Na legenda, cada inlet (I) é acompanhado pelo seu respectivo valor para a variável count – Eq.13)

A partir da decomposição SVD, são obtidas as matrizes: U , D e V , tornando possível o acesso aos valores de velocidade, nível de energia ordenado de forma crescente e coeficientes da combinação linear das perturbações ótimas. Sendo assim, é obtida a combinação de perturbações que mais

impacta energeticamente escoamento base a partir da reconstrução do perfil de velocidades (Figura 6) utilizando a seguinte equação:

$$Votima = \sum_{count=0}^9 \left(D [count] \times \sin \left(\frac{count \times \pi}{count \times y} \right) \right), y \in [0, h] \quad \text{Equação 17}$$

Para os instantes de 25s e 60s foram observados consideráveis gradientes de velocidade, principalmente para os escoamentos simulados com $Re \geq 300$, o que está de acordo com a verificação da formação de zonas de recirculação.

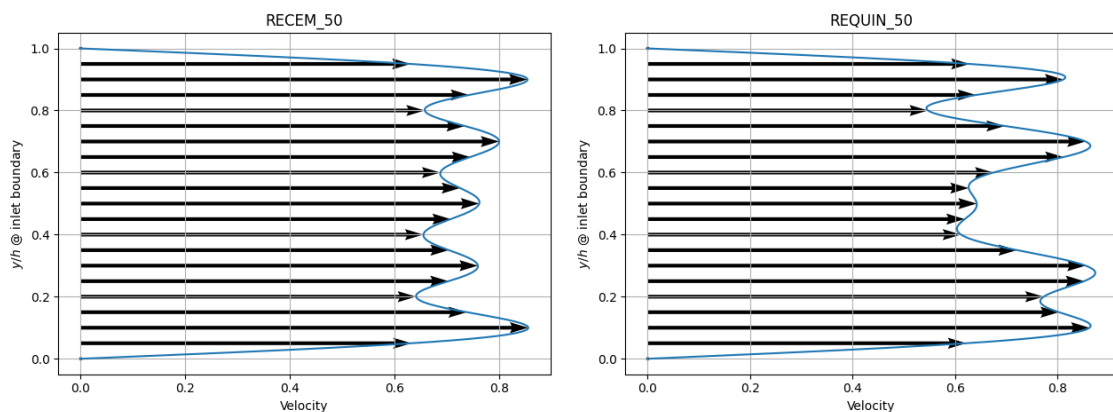


Figura 6 - Perfil de Velocidades para Reynolds 100 e 500 no instante $\tau=25s$

4.3. Simulação do Ejetor

Em busca de estabelecer hipóteses sobre as condições do escoamento do ejedor que se tornam os potenciais amplificadores de perturbações, a modelagem do escoamento base do ejedor tornou possível uma visualização dos campos de velocidade para alguns números de Reynolds (Figura 7 e Figura 8), sendo possível observar que quanto maior o número de Reynolds utilizado na simulação, maior a região de alta velocidade estabelecida no escoamento.

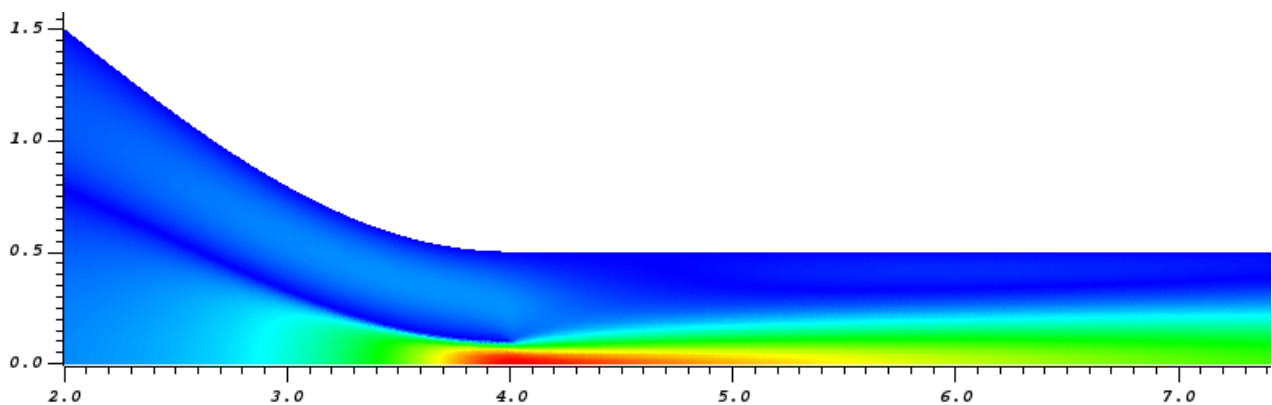


Figura 7 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejedor (Reynolds = 100).

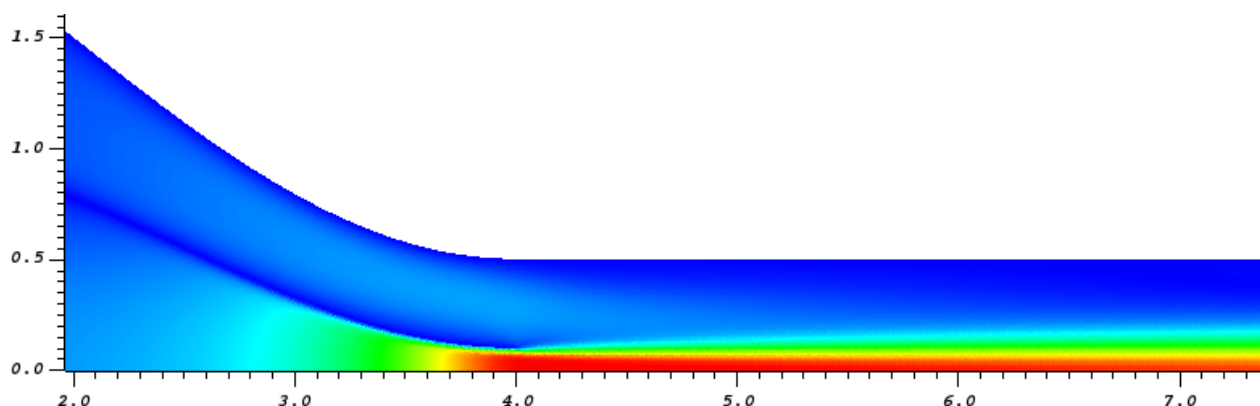


Figura 8 - Campos de magnitude de velocidade do escoamento base do ejitor (Reynolds = 500)

5. Conclusão

Inicialmente, o estudo estava em busca de validar uma metodologia para a modelagem de um escoamento de expansão do tipo degrau, para em um segundo momento poder introduzir as perturbações de pulso rápido e forma senoidal na condição de entrada do escoamento base afim de verificar os mecanismos de evolução energética do mesmo.

Portanto, durante os estudos em função do escoamento com degrau, foi observado que com o aumento do número de Reynolds empregado na simulação, há o aparecimento de um novo campo de recirculação em relação ao vórtice superior a partir de um número de Reynolds ≥ 300 , condição esta que favorece a transição da camada limite antes laminar para turbulenta. Além disto, com a análise temporal da evolução energética do escoamento após a introdução das perturbações no escoamento base, mais uma vez foi observado que utilizando um número de Reynolds maior que 300, tem-se um expressivo aumento energético do escoamento. Ademais, ao observar os perfis de velocidade reconstruídos que possuem maior gradiente de velocidade, e consequentemente geram maior redistribuição de energia, foi possível definir as hipóteses iniciais em relação à evolução energética do ejitor.

Tendo conhecimento da dificuldade da modelagem matemática do escoamento interno dos ejitores e, em busca de uma contribuição para a resolução da problemática em relação à condição de eficiência dos ejitores, estas hipóteses, as quais giram em torno do entendimento do mecanismo mais propício para a amplificação de perturbações no ejitor, consideram que nas regiões do escoamento onde foram observados fenômenos físicos como a formação de bolhas no degrau apresentam um maior potencial de amplificação energético.

Portanto, conclui-se que considerando um enfoque no crescimento transiente ótimo da energia do escoamento base do ejitor, a partir do espelhamento simétrico em torno do eixo horizontal do

domínio espacial do escoamento com expansão do tipo degrau, as condições que possivelmente funcionam como potenciais amplificadores das perturbações inseridas na condição de entrada do escoamento estão relacionadas à uma maior quantidade de zonas de recirculação, além de necessitarem um gradiente de velocidade expressivo o bastante para conseguir redistribuir a energia de forma mais efetiva e que faça com que haja condições do estabelecimento de um regime mais energético do que o inicial.

5.1. Contribuições do Trabalho

Levando em consideração a necessidade de uma maior confiabilidade nos modelos de simulação dos ejtores, além de ter como objetivo a colaboração com a comunidade científica em relação ao conhecimento sobre o mecanismo energético dos ejtores, o presente estudo demonstra um exemplo de caminho a ser seguido em estudos que busquem uma validação de simulações em relação à bibliografia. São também apresentadas hipóteses acerca da amplificação de perturbações no ejtor, equipamento o qual não possui uma modelagem matemática trivial. Além disso, é exposto um percurso de avaliação dos ejtores em função do espelhamento do escoamento do tipo degrau, o que pode servir de sugestão para estudos que possuem modelagens complexas e que possam seguir o caminho de análise por semelhança.

5.2. Trabalhos futuros

Como prosseguimento da avaliação do mecanismo energético dos ejtores, entende-se que uma avaliação na mesmo direcionamento da análise feita para o escoamento do degrau seja de grande contribuição. Portanto, com a modelagem do campo base do ejtor com perturbações inseridas em sua condição inicial, seria possível observar a evolução temporal da energia no escoamento, além de permitir verificar as hipóteses levantadas no presente estudo. Sendo ainda possível a definição do formato de perturbações ótimas para o ejtor, ou seja, aquelas que ocasionam uma transitoriedade energética do escoamento, podendo até ser definido um algoritmo para a definição das mesmas em função da estrutura geométrica do ejtor em estudo.

6. Referências

- ABDESSEMED, N.; SHARMA, A. S.; SHERWIN, S. J.; THEOFILLS, V. Transient growth analysis of the flow past a circular cylinder. **Physics of Fluids**, *[S. l.]*, v. 21, n. 4, p. 1–14, 2009. DOI: 10.1063/1.3112738.
- ANDERSON, J. D. Governing Equations of Fluid Dynamics. *In*: WENDT, John (org.). **Computational Fluid Dynamics**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1992. p. 15–51. DOI: 10.1007/978-3-662-11350-9_2. Disponível em: http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-11350-9_2.
- BARKLEY, D.; BLACKBURN, H. M.; SHERWIN, S. J. Direct optimal growth analysis for timesteppers. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, *[S. l.]*, v. 57, n. 9, p. 1435–1458, 2007. DOI: 10.1002/fld.1824.

BLACKBURN, H. M.; BARKLEY, D.; SHERWIN, S. J. Convective instability and transient growth in flow over a backward-facing step. **Journal of Fluid Mechanics**, [S. l.], v. 603, p. 271–304, 2008. DOI: 10.1017/S0022112008001109.

DESHPANDE, Abhijit P.; KRISHNAN, J. Murali; KUMAR, P. B. Suni. **Rheology of Complex Fluids**. New York, NY: Springer New York, 2010. DOI: 10.1007/978-1-4419-6494-6. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6494-6>.

EVANS, Robert. A novel surface jet pump apparatus for the oil-and-gas and process industries. Cranfield University, ©2021. Disponível em: <<https://www.cranfield.ac.uk/business/develop-your-technology-and-products/license-our-technology/a-novel-surface-jet-pump-apparatus>>. Acesso em: 26, novembro, 2021.

MAHMUD, K. R.; RHAMAN, M. M.; AZAD, A. K. Al. Numerical Simulation and Analysis of Incompressible Newtonian Fluid Flows using FreeFem ++. **Journal of Advanced Research in Fluid Mechanics and Thermal Sciences**, [S. l.], v. 26, n. 1, p. 1–19, 2016.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H.; HUEBSCH, W. W. **Fundamental of Fluids Mechanics**. Sixth ed. [s.l.] : Don Fowley, 2009. Disponível em: http://civilcafe.weebly.com/uploads/2/8/9/8/28985467/fluid_mechanics.pdf.

POTTER, Merle C.; WIGGERT, David C.; RAMADAN, Bassem H. **Mechanics Of Fluids**. 4. ed. [s.l.] : Cengage Learning, 2015. Disponível em: <https://www.cengage.com.br/lb/mecanica-dos-fluidos-4/>.

SKILLICORN, David. Singular Value Decomposition (SVD). *In: Understanding Complex Datasets*. [s.l.] : Chapman and Hall/CRC, 2007. p. 71–112. DOI: 10.1201/9781584888338-8. Disponível em: <https://www.taylorfrancis.com/books/9781584888338/chapters/10.1201/9781584888338-8>.

